CLASE 22/4: VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS II

Ejercicio 1. La longitud de los clavos fabricados por una máquina, en milímetros, es una variable aleatoria X que sigue una distribución normal. Se sabe que el 79,95% de los clavos fabricados miden menos de 11mm, y que el 90,15% de los clavos fabricados miden menos de 12mm. ¿Cuales son los parámetros de μ y σ de X ?

Ejercicio 2. Un ómnibus viaja entre dos ciudades A y B que distan a 100 kilomentros entre sí. Si el ómnibus de avería, la distancia entre el lugar en el que se rompe y la ciudad A es una variable aleatoria con distribución uniforme en $(0,100)$. La empresa de ómnibus tiene talleres mecánicos en las ciudades A y B y en el centro de la ruta que una a A con B. Cuando un ómnibus se avería recurre al taller más cercano. Un empleado, con alta intuición matemática, afirma que si trasladan los talleres a 25, 50 y 75 kilometros de A el recorrido del ómnibus averiado hasta el taller más cercano será menor la mayoría de las veces.

- Buscar la función de densidad de la variable aleatoria $X = \text{distancia recorrida por el ómnibus una vez roto con la propuesta actual}$ y de $Y = \text{distancia recorrida por el ómnibus una vez roto con la propuesta del empleado}$.
- Formular con mayor rigor la afirmación del empleado y analizar si se cumple.

Ejercicio 3. Un bosque cuenta con dos especies de árboles A y B. La altura de los mismos es una variable aleatoria con distribución exponencial de parámetro 0,2 para la especie A y 0,25 para la especie B. Se sabe que la probabilidad de que un árbol al azar sea de la especie A es de 0,3.

- Buscar la función de densidad de la variable aleatoria $X = \text{altura de un árbol elegido al azar}$.
- La edad de un árbol tomado al azar es una variable aleatoria Y que cumple que

$$Y = \begin{cases} 3X^2 & \text{si } X \leq 1 \\ \ln(X) + 3 & \text{si } X \geq 1 \end{cases}$$

Hallar la función de densidad de la edad de un árbol tomado al azar.

Ejercicio 4. En un consultorio atienden dos dentistas. El tiempo en horas que dura una consulta con la dentista A se modela por una variable aleatoria X con distribución acumulada

$$F_X(t) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{a}{t}\right)^2 & \text{si } t \geq a \\ 0 & \text{si no,} \end{cases}$$

para un cierto $a > 0$ y el tiempo en horas que dura una consulta con el dentista B se modela por una variable aleatoria $Y \sim \mathcal{N}(2, \sigma^2)$.

Al entrar un paciente al consultorio, le asignan uno de los dos dentistas con probabilidad $1/2$ cada uno. Una paciente está apurada y le consulta al secretario cuánto tiempo demoran las consultas. El secretario le dice que si ya sabe que la atenderá la dentista A, entonces la probabilidad de que la consulta dure menos de 3 horas es de $5/9$. Sin embargo, si no se sabe qué dentista la atenderá, la probabilidad de que la consulta dure menos de 4 horas es de 0.7345. Hallar los valores de a y σ .