

CLASE 12/6: TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

Ejercicio 1. Dante afirma que obtuvo un promedio de 3,25 puntos en 1000 lanzamientos de un dado equilibrado. ¿Es esta afirmación creíble?

Ejercicio 2. El horario de entrada al trabajo de un empleado es a las 8:30 hs. El empleado llega diariamente con distribución uniforme en el intervalo 8:30-8:50. Si cada día le descuentan $10t$ centavos, donde t es la tardanza de ese día en minutos,

- Calcular aproximadamente la probabilidad de que en 30 días le descuenten más de \$25.
- Calcular aproximadamente la probabilidad de que en 30 días el descuento promedio diario se encuentre entre 80 centavos y \$1,10.
- ¿Cuántos días deberán pasar para que el descuento total supere los \$50 con probabilidad aproximada de al menos 0.95?

Ejercicio 3. Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de v.a.i.i.d. con media $\mu_X \neq 0$, varianza σ_X^2 y tal que $\bar{X}_n \neq 0$. Sea $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con media $\mu_Y \neq 0$ y varianza σ_Y^2 tal que Y_j, X_k son independientes para cualquier elección de k y j .
Mostrar que

$$\sqrt{n} \left(\frac{\bar{Y}_n}{\bar{X}_n} - \frac{\mu_Y}{\mu_X} \right) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2)$$

para algún valor de σ y encontrar dicho valor.

Ejercicio 4. Dado $\lambda > 0$, sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de v.a.i.i.d. con $X_i \sim \mathcal{E}(\lambda)$. Definimos

$$Y_n = n^\alpha \frac{n - \lambda(\sum_{i=1}^n X_i)}{(\sum_{i=1}^n X_i)^3}$$

- Probar que $Y_n \xrightarrow{D} N(0, \lambda^6)$ si $\alpha = \frac{5}{2}$.
- Probar que $Y_n \xrightarrow{D} 0$ si $\alpha < \frac{5}{2}$.