

---

**CLASE 29/05: DISTRIBUCIONES CONDICIONALES Y ESPERANZA CONDICIONAL II**

---

**Ejercicio 1.** “*Problema del minero*”. Un minero está dentro de una mina y tiene tres túneles para elegir:

- (i) El túnel 1 lo lleva a la salida en 1 hora;
- (ii) El túnel 2 lo devuelve al lugar inicial en 2 horas;
- (iii) El túnel 3 lo devuelve al lugar inicial en 3 horas.

Si asumimos el que minero toma cualquiera de los tres túneles con igual probabilidad siempre que se encuentra en el lugar inicial, hallar  $\mathbb{E}(T)$ , donde  $T$  es el tiempo que tarda el minero en salir de la mina.

**Ejercicio 2.** Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con densidad  $f(x, y) = x(y - x)e^{-y} \mathbb{1}_{[0, y]}(x)$ .

- a) Mostrar que  $f_{X|Y=y}(x) = 6x(y - x)y^{-3} \mathbb{1}_{[0, y]}(x)$ .
- b) Mostrar que  $f_{Y|X=x}(y) = (y - x)e^{x-y} \mathbb{1}_{[0, y]}(x)$ .
- c) Probar que  $\mathbb{E}(X|Y) = \frac{Y}{2}$  y  $\mathbb{E}(Y|X) = X + 2$ .

**Ejercicio 3.** Sea  $Y \sim \mathcal{E}(\lambda)$  y  $X|Y = y \sim \mathcal{E}(y)$ .

- a) Hallar la función de densidad de  $X$ .
- b) Hallar la función de densidad condicional de  $Y$ , es decir  $f_{Y|X=x}(y)$
- c) Hallar  $\mathbb{E}(Y|X)$ .