

MATEMÁTICA I (BIOLOGÍA)
SEGUNDO CUATRIMESTRE
PRIMER RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL - 06/12/2023

1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:

LU/DNI:

TURNO 9 A 14 HS ☐ / TURNO 17 A 22 HS ☐

1. Calcule la forma binómica del siguiente número complejo

$$z = (1 + i)^5 - (1 - \sqrt{3}i)^{-2}.$$

2. Los tamaños de dos poblaciones en regiones R_1 y R_2 evolucionan con el correr del tiempo. A tiempo $t + 1$ dichas poblaciones se movilizan de la siguiente manera: dos terceras partes de la población de la región R_1 a tiempo t permanece allí, mientras que el tercio restante emigra hacia R_2 . Similarmente, dos tercios de la población de la región R_2 a tiempo t no se moviliza y el resto se dirige hacia R_1 . Este proceso se puede modelar matricialmente como

$$\begin{pmatrix} R_1(t+1) \\ R_2(t+1) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} R_1(t) \\ R_2(t) \end{pmatrix} \quad \text{donde } t \geq 0 \quad \text{y} \quad A = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}.$$

- a) Si inicialmente hay 50 individuos en la región R_1 y 150 en la región R_2 , determine el comportamiento de la distribución poblacional a largo plazo.
- b) Hallar todos los estados de equilibrio del sistema.

3. La temperatura sobre una placa de vidrio está dada por la función

$$T(x, y) = 4(1 + e^{-(x^2 + 6y^2)}).$$

- a) Hallar la tasa de cambio de la temperatura en el punto $P = \left(1, \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$ en la dirección del vector $u = (1, \sqrt{3})$. ¿La temperatura aumenta o disminuye?
- b) ¿En qué dirección aumenta más rápido la temperatura sobre la placa en P ?

4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuyo polinomio de Taylor de orden 3 centrado en $x_0 = 2$ es igual a

$$P_{3,2}(x) = -3x^3 + 2x - 5.$$

Hallar el plano tangente al gráfico de

$$g(x, y) = yx^2f(x-2) + \frac{3}{2}(y-2)f'(x-2)$$

en el punto $(4, 1, g(4, 1))$.

Justifique todas las respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.