

MATEMÁTICA I (BIOLOGÍA)
SEGUNDO CUATRIMESTRE
PRIMER PARCIAL - 09/10/2023

1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:
TURNO:

LU/DNI:

1. Hallar la forma exponencial de todos los números complejos z que satisfacen

$$z^4 = -1 + \sqrt{3}i.$$

2. Dos sustancias S_1 y S_2 reaccionan todos los días entre sí transformándose una en la otra. A tiempo $t + 1$ la concentración de S_1 será $\frac{5}{9}$ de la concentración S_1 a tiempo t y $\frac{2}{9}$ de lo que había de S_2 a tiempo t . Análogamente, la concentración de S_2 a tiempo $t + 1$ estará dada por $\frac{7}{9}$ de la concentración de S_2 a tiempo t más $\frac{4}{9}$ de lo que había de S_1 a tiempo t . Matricialmente podemos representarlo como:

$$\begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \end{pmatrix} \quad \text{donde } t \geq 0 \quad \text{y} \quad A = \begin{pmatrix} 5/9 & 2/9 \\ 4/9 & 7/9 \end{pmatrix}.$$

- a) Suponer que al momento inicial las sustancias están en igual concentración, es decir, $(S_1(0), S_2(0)) = (1/2, 1/2)$. Calcular la concentración de ambas al cabo de 8 días.
- b) Hallar todos los estados de equilibrio. ¿Hay estados de equilibrio no nulos?
- c) Suponer que las concentraciones iniciales son como en el ítem a) y verificar que, a largo plazo, la distribución de las concentraciones $(S_1(t), S_2(t))$ tiende a un estado de equilibrio.
3. La temperatura en un punto (x, y, z) está dada por $T(x, y, z) = 2e^{x^2 - 3y^2 - 9z^2}$, donde T se mide en °C y x, y, z se miden en metros.
- a) Determinar la razón de cambio de la temperatura en el punto $P = (3, 0, -1)$ en la dirección hacia el punto $Q = (-2, -1, 2)$.
- b) ¿En qué dirección la temperatura disminuye más rápido en P ? ¿A qué tasa se produce esta disminución?
4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable tal que su polinomio de Taylor de orden 4 centrado en $x = 1$ es

$$P_{4,1}(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 3x + 1.$$

Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x = 0$ de la función

$$h(x) = f(x^2 - 7x + 1).$$

Justifique todas las respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.