1	2	3	4

Calificación

Apellido y Nombre: Libreta:

Análisis Complejo - Primer Cuatrimestre 2025

Segundo Parcial - 2/07/2025

1. Consideremos la función

$$f(z) = \frac{z^2+1}{z^3(z^2+5)}(e^{\pi z + z^2} - e^{z^2}),$$

clasificar sus singularidades y calcular sus residuos en la esfera de Riemann.

2. Probar que $f(z) = e^z - z^3 + 6z + 1$ tiene una única raiz en $\{z : |z| < 1\}$ y se puede calcular como el valor de la integral

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma z \cdot \frac{f'(z)}{f(z)} dz$$

con γ el borde de la circunferencia de centro 0 y radio 1, orientada de forma positiva.

3. Calcular

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^4+2x^2+1} dx.$$

4. Decimos que $f : \{z : |z| < 1\} \to \mathbb{C}$ holomorfa es buena si $f(0) = 0, f'(0) = 1$ y su desarollo en serie de potencias alrededor del origen

$$f(z) = z + \sum_{n\geq 2} a_n z^n \text{ verifica } |a_n| \leq n \text{ para todo } n \geq 2.$$

Probar que toda sucesión de funciones holomorfas buenas admite una subsucesión que converge uniformemente sobre compactos a una función holomorfa buena.

Justifique todas sus respuestas.