Clases Prácticas

Clase 24 y 25: Estadística

Ejercicio 1. Consideremos las siguientes distribuciones: $Be(p)$, $\mathcal{E}(\lambda)$ y $\mathcal{U}(0,\theta)$. Hallar el estimador de momentos y el de máxima verosimilitud de p, λ y θ respectivamente.

Ejercicio 2. Sea $X \sim \mathcal{U}(-\theta,\theta)$. Hallar el estimador de momentos de θ.

Ejercicio 3. Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra de una distribución $\mathcal{U}(0,\theta)$. Sea $\hat{\theta}_n$ y $\tilde{\theta}_n$ los estimadores de máxima verosimilitud y de momentos respectivamente.

a) Probar que $\tilde{\theta}_n$ es insesgado y que $\hat{\theta}_n$ es asintóticamente insesgado.

b) Calcular el ECM de ambos estimadores. ¿Qué estimador preferiría desde este punto de vista?

c) ¿Cómo modificarías el estimador $\hat{\theta}_n$ para que quede insesgado?

d) Decidir si son consistentes.

Ejercicio 4. Sea $X_1, X_2, .., X_n$ un muestra i.i.d. donde X_i tiene densidad $f(x,\theta) = e^{-(x-\theta)}\mathbf{1}_{[\theta,+\infty)}(x)$, donde $\theta \in \mathbb{R}$ es desconocido.

a) Encontrar el estimador de los momentos de θ. ¿Es insesgado? ¿Es consistente?.

b) Se realiza un estudio en el que se recogen n = 50 valores X_i, obteniéndose que $\sum_{i=1}^{50} X_i = 146.28$. Dar una estimación puntual de θ basado en esta muestra.

Ejercicio 5. El tiempo T (en segundos) que un ordenador tarda en ejecutar una tarea sigue una variable aleatoria continua de función de densidad

$$f(t;\theta) = \frac{\theta}{t^{\theta+1}}\mathbf{1}_{[1,\infty)}(t), \qquad \theta > 1$$

a) Utilizando el método de los momentos, proponer un estimador $\hat{\theta}_1$ para el parámetro θ. ¿Es consistente?

b) Se ejecuta 5 veces la tarea, y se cronometra el tiempo que ha tardado cada vez. Estos tiempos son (en segundos): 6, 5, 3, 7, 2. Basándonos en esta muestra, y el estimador $\hat{\theta}_1$, estima la probabilidad de que se tarde más de 5 segundos en realizar la tarea.

c) Hallar el EMV de θ.

Ejercicio 6. Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra aleatoria, con densidad:

$$f(x;\theta) = 4\frac{\theta^4}{x^5}\mathbf{1}_{[\theta,\infty)}(x), \qquad \theta > 0.$$

Hallar el EMV de θ.

Ejercicio 7. Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $\Gamma(\alpha,\lambda)$. Hallar un estimador para α usando el método de los momentos.