

CLASES PRÁCTICAS

---

**Clase 22 y 23: Más de distribuciones y esperanza condicional**

**Ejercicio 1.** Resolvemos los tres ejercicios de la clase pasada.

**Ejercicio 2.** Resolver nuevamente el ejercicio del coleccionista de cupones usando esperanza condicional: Juan colecciona un álbum de 100 figuritas. Cada día compra un sobre con una figurita, que le puede tocar cualquiera de las 100 con la misma probabilidad. Calcular la esperanza del número de días que necesita Juan para completar la colección.

**Ejercicio 3.** Consideremos el siguiente juego. Primero se tiran 15 veces un dado equilibrado. Si  $k$  es el número de veces que salió el 6, se tira  $k^2$  veces una moneda equilibrada. Sean  $Y$  = total de caras obtenidas,  $X$  = número de veces que salió el 6 en los 15 lanzamientos del dado.

- a) Hallar  $\mathbb{E}(Y)$
- b) Sea  $Z = \frac{Y}{X} \mathbf{1}_{\{X \neq 0\}}$ . Hallar  $\mathbb{E}(Z)$ .

**Ejercicio 4.** Calcular la esperanza de  $X \sim \mathcal{G}(p)$  usando esperanza condicional.

**Ejercicio 5.** Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con función de densidad

$$f_{X,Y}(x, y) = x(y - x)e^{-y} \mathbf{1}_{\{0 < x < y\}}.$$

- a) Hallar  $f_{X|Y=y}(x)$ .
- b) Hallar  $f_{Y|X=x}(y)$ .
- c) Asumiendo que  $Y - X|X \sim \Gamma(2, 1)$ , probar que  $\mathbb{E}(Y|X) = X + 2$  y que  $\mathbb{E}(X|Y) = \frac{Y}{2}$ .