Clases Prácticas

Clase 11: Seguimos con vectores aleatorios

Ejercicio 1. Sean $X_1, ..., X_n$ variables aleatorias independientes con distribución $\mathcal{U}(0,1)$. Sea $M = \max\{X_1, ..., X_n\}$ y $N = \min\{X_1, ..., X_n\}$. Hallar la función de densidad de M y N.

Ejercicio 2. Sea $X \sim Poisson(\lambda_1)$ e $Y \sim Poisson(\lambda_2)$ variables aleatorias independientes. Hallar la distribución de $X+Y$. ¿Es alguna distribución famosa?

Ejercicio 3.

a) Sean X e Y variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetro λ. Probar que $X+Y$ tiene distribución Gamma de parámetros 2 y λ.

b) Sean X e Y variables aleatorias independientes con distribución normal estándar, es decir, $\mathcal{N}(0,1)$. Hallar la distribución de $U = X+Y$ y $V = X-Y$ y probar que U y V son independientes.

Ejercicio 4. Una madre tiene tres hijos bebés. Todas las noches a la misma hora los acuesta a dormir a los tres en sus respectivas cunas e inmediatamente después se acuesta a dormir ella. Si alguno de los hijos se despierta llorando durante la noche, la madre se despertará también para asistirlo. La cantidad de horas de sueño corridas antes de despertarse llorando que tiene cada uno de los bebés es una variable aleatoria exponencial de parámetro $\frac{1}{9}$ y la falta de sueño de cualquiera de los bebés no interfiere con el sueño de los restantes.

a) Hallar la función de densidad de la v.a. que mide la cantidad de horas corridas que duerme la madre desde que se acuesta hasta que la despierta el llanto de alguno de sus bebés.

b) Calcular la probabilidad de que alguno de los tres bebés duerma más de nueve horas de corrido.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la madre duerma al menos nueve horas de corrido?