

CLASES PRÁCTICAS

Clase 11: Vectores aleatorios

Ejercicio 1. En un bolillero hay 6 bolitas blancas y 4 negras. Extraigo 3 sin reposición. Se definen las variables aleatorias

X = cantidad de bollilas blancas extraídas

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{si } X \text{ es par,} \\ 1 & \text{si } X \text{ es impar.} \end{cases}$$

- Hallar $p_{(X,Y)}$ la función de probabilidad conjunta del vector (X, Y) .
- Hallar p_X y p_Y (es decir, la probabilidad puntual de X y la probabilidad puntual de Y).
- Hallar $F_{(X,Y)}$ la acumulada del vector (X, Y) . Al menos, ver cómo se calcula.
- ¿Son X e Y independientes?
- Calcular $E(XY)$, $E(X(Y + 5))$, $Cov(X, Y)$. ¿Se puede responder el item d a partir de la covarianza?

Ejercicio 2. Sea (X, Y) un vector absolutamente continuo con función de densidad

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} kxy^2 & \text{si } (x, y) \in [0, 1] \times [0, 1], \\ 0 & \text{si no} \end{cases}.$$

- Hallar el valor de k . Dibujar el soporte del vector (X, Y) .
- Calcular $\mathbb{P}(0 \leq X \leq \frac{1}{4}, 0 \leq Y \leq \frac{1}{4})$ y $\mathbb{P}(X \leq 2Y)$.
- Hallar las funciones de densidad marginales f_X y f_Y .
- Hallar $\mathbb{P}(X \leq \frac{1}{2})$ y $\mathbb{P}(X \leq 2)$.
- Hallar $E(X^3Y^2)$ y $Cov(X, Y)$.
- ¿Son X e Y independientes?

Ejercicio 3. Sea (X, Y) un vector absolutamente continuo con función de densidad

$$f_{(X,Y)}(x, y) = (x + 2y)\mathbf{1}_T(x, y),$$

donde $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}$.

- Hallar el valor de k . Dibujar el soporte del vector (X, Y) .
- Calcular $\mathbb{P}(X \leq \frac{1}{2}, Y \leq \frac{1}{2})$.
- Hallar $\mathbb{P}(X \leq Y)$.
- Hallar las funciones de densidad marginales f_X y f_Y . ¿Son X e Y independientes?
- Hallar $Cov(X, Y)$.