1	2	3	4		Calif.

Probabilidad y Estadística (M) - Primer Parcial - 07/05/2018

Apellido y Nombre: Libreta Nro.:

*Las resoluciones de todos los ejercicios deben ser desarrolladas en hojas separadas, justificando todos sus razonamientos. En los ejercicios defina claramente las variables aleatorias, los parámetros y los eventos involucrados.

*Para aprobar el examen es necesario obtener al menos 60 puntos entre tres ejercicios.

1. (a) (8) En una ferretería, un cliente le pide al vendedor 10 tornillos, quien los agarra al azar de un cajón en el que había 12 tornillos de tipo A y 14 de tipo B. ¿Cuál es la probabilidad de que entre los 10 tornillos seleccionados haya 4 o 5 de tipo A? (Definir la v.a. asociada e indicar qué distribución famosa tiene).

   (b) (8) Otro cliente entra a comprar 10 rulemanes. El vendedor tiene 3 cajas distintas con muchos rulemanes cada una. Cada vez que alguien entra a comprar un rulemán, el vendedor elige la caja C, D y E con probabilidad 0.25, 0.40 y 0.35 respectivamente y extrae un rulemán de ahí. Si le piden n rulemanes, repite este procedimiento n veces, de forma independiente. ¿Cuál es la probabilidad que entre los 10 rulemanes comprados haya exactamente 4 de la caja C y 3 de la caja D? ¿Qué distribución tiene la v.a. Y= "Cantidad de rulemanes que extrae de la caja C cuando un cliente le pide 10 rulemanes"?

   (c) (8) En un día cualquiera cada cliente que entre tiene probabilidad 0.1 de gastar más de \$1000. Hallar la probabilidad que el 6to cliente que entra sea cuarto en haber gastado más de \$1000. (Definir la v.a. asociada e indicar qué distribución famosa tiene).

2. Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con función de densidad $f_{(X,Y)}(x, y) = \frac{1}{80x} I_{(0,40)}(x) I_{(0,2x)}(y)$.

   (a) (12) Calcular $\mathbb{P}(Y > X)$ y $\mathbb{E}(X^3)$. ¿Qué distribución famosa tiene X?

   (b) (13) Hallar la función de densidad de X y la función de densidad de Y.

3. Supongamos que Laura viaja los cinco días de la semana desde su casa al trabajo en bici o en colectivo, dependiendo del clima. Si llueve, va en colectivo, y el tiempo (en minutos) que tarda en llegar es una variable aleatoria Y con distribución $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ (y función de densidad $f_Y(y)$). En caso contrario, va en bici, y el tiempo que tarda tiene distribución $\mathcal{N}(50, 16)$. Se sabe que cada día llueve con probabilidad 0.3, independientemente de los otros días. Además, se sabe que $\int_{\mu}^{\mu+\frac{\mu}{\sigma}} f_Y(t)\, dy = 0,4953$ y $P(|Y - \mu| > 1) = 0,8414$.

   (a) (9) Hallar la probabilidad de que el día esté lluvioso sabiendo que Laura tardó menos de 60 minutos.

   (b) (7) Sabiendo que en una semana hubo exactamente 3 días lluviosos, hallar la probabilidad de que todos los días de esa semana haya tardado a lo sumo una hora en llegar.

   (c) (9) Hallar la función de densidad de la variable aleatoria que mide el tiempo que tarda Laura en llegar un día cualquiera y obtener su esperanza.

4. (a) (12) Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes con distribución exponencial de parámetros $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ respectivamente. Sea $X^{(1)} = \min\{X_1, ..., X_n\}$. Mostrar que la distribución de $X^{(1)}$ es exponencial. ¿De qué parámetro?

   (b) (13) Sean X_1 y X_2 variables aleatorias independientes con distribución $\mathcal{U}[-1, 1]$. Sea $U = \frac{X_1+X_2}{2}$. Verificar que

$$f_U(u) = (u + 1)\mathbf{1}_{(-1,0)}(u) + (1 - u)\mathbf{1}_{(0,1)}(u).$$