

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio cuya función de densidad conjunta es

a)

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \leq x, y \leq 0,5 \\ 2 & \text{si } 0,5 \leq x, y \leq 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

b)

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 2xe^{-x^2} & \text{si } 0 \leq x; 0 \leq y \leq x^2 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

En cada caso, hallar f_X y f_Y y decidir si X e Y son variables independientes.

Sea Y la función hallada en el punto c) y $Z \sim \mathcal{U}[0, 1]$ independiente de Y . Calcular $P(4Z \leq Y)$.

2. Sean U_1, U_2, U_3 variables aleatorias independientes con distribución $\mathcal{U}[0, 1]$.

a) Hallar la función de distribución de $m = \min\{U_1, U_2, U_3\}$ y $M = \max\{U_1, U_2, U_3\}$.

b) Hallar la función de distribución de $M - m$.

c) Si $X_{(2)}$ es el valor del medio entre $\{U_1, U_2, U_3\}$, hallar su función de distribución.

3. Sean X e Y variables aleatorias independientes con densidad $f(x) = \frac{1}{2}e^{-x^2/2}$, $x \in [0, +\infty)$. Hallar la distribución de $(X - Y)/2$.