

1. Sea X una variable aleatoria con función de distribución acumulada

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -3 \\ \frac{1}{4} & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4} & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Calcular $P(X > 7)$, $P(4 < X \leq 12)$, $P(X \in [5, 10])$, $P(X = 7)$, $P(X \leq 7)$.
- b) Decidir si X es una variable aleatoria discreta. En caso afirmativo, hallar la función de probabilidad puntual.

2. Para la función

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^3+1}{4} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } 1 < x < 2 \\ 1 - \frac{1}{2x} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Decidir si existe X variable aleatoria tal que $F(x) = F_X(x)$.
- b) Calcular $P(X \in [0, 1))$, $P(X \in [0, 1])$, $P(1 \leq X \leq 2)$, $P(1 < X \leq 2)$.

3. En una ruta hay cinco ciudades numeradas del 1 al 5, cada una separada por 100km de la siguiente. Juan trabaja viajando entre las ciudades y al finalizar el día se encuentra en un punto cualquiera del camino entre la primera y la última ciudad. Suponemos que la probabilidad de que se encuentre en cualquier intervalo es proporcional a la longitud del intervalo.

A la noche va a dormir a la ciudad más cercana. Se define una variable aleatoria $X =$ número de la ciudad en la que duerme.

- a) Decidir si X es una variable aleatoria discreta.
- b) Hallar las funciones de distribución acumulada y probabilidad puntual de X .
- c) Para la variable aleatoria $Y = 1$ si duerme en la ciudad 1 e $Y = 0$ si no, hallar la p_Y y F_Y .
- d) Si Juan trabaja 10 días, hallar la probabilidad de que duerma exactamente 5 veces en la ciudad 1.
- e) Hallar la probabilidad de que duerma al menos 2 veces en la ciudad 1.
- f) Si $Z =$ cantidad de días que trabaja hasta dormir por primera vez en la ciudad 5, hallar p_Z .
- g) Si $W =$ cantidad de días que trabaja hasta dormir dos veces seguidas en la ciudad 5, hallar p_W .