

1. Sean X_n variables aleatorias con distribución uniforme en el intervalo $[1/n, 1]$. Hallar, si existe, una variable aleatoria X tal que $X_n \rightarrow X$ en distribución.
2. Se tira una moneda. Sea las variables aleatorias X_n con valor 1 si sale cara y 0 si sale ceca. Sea X la variable aleatoria con valor 0 si sale cara y 1 si sale ceca. Decidir si $X_n \rightarrow X$ en distribución.
3. Si X_n es la variable aleatoria discreta equiprobable en el conjunto $\{1/n, 2/n, \dots, 1\}$, hallar, si existe, el límite de X_n en distribución.
4. (*) Encontrar variables aleatorias $\{X_n\}$ y X continuas tales que $X_n \rightarrow X$ pero que f_{X_n} no converja puntualmente a $f_X(x)$.

Vectores aleatorios

5. Para las siguientes funciones, decidir si corresponden a funciones de distribución acumulada de un vector aleatorio. En caso afirmativo, hallar las variables marginales.

a)

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 2, y \geq 3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

b)

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

6. Una urna contiene 2 bolitas blancas y 2 bolitas negras. Se tira un dado equilibrado de 4 caras con los números del 1 al 4. Luego se extraen de la urna tantas bolitas como indica el dado. Sean $X =$ cantidad de bolitas blancas extraídas e $Y =$ cantidad de bolitas negras extraídas.

- a) Hallar la función de probabilidad conjunta puntual de las variables X e Y .
- b) Hallar las funciones de probabilidad puntual de X e Y .
- c) ¿Son independientes las variables X e Y ?