1. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria, donde X_i tiene densidad

$$f(x, \theta) = 4\frac{\theta^4}{x^5}\mathbb{1}_{[\theta,+\infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

Hallar el EMV de θ y demostrar que es consistente.

2. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria, donde X_i tiene densidad $N(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2.

   a) Demostrar que $\hat{\mu} = \bar{X}_n$ es un estimador consistente de μ.

   b) Si se sabe que $\mu = 0$, demostrar $\hat{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}$ es un estimador consistente de σ^2.

3. Se supone que la longitu de cierto tipo de eje tiene una distribución normal con desvío estándar $sigma = 0{,}05mm$. Se toma una muestra de 20 ejes y se observa que la longitud media de los ejes es 52.3mm.

   a) Hallar un intervalo de confianza para la verdadera longitud media de nivel 0.99.

   b) ¿Qué tamaño debe tener la muestra para que la longitud de un intervalo de nivel 0.99 sea a lo sumo 0.03?

4. Se supone que el número de erratas por página de un libro sigue una distribución de Poisson. Elegidas al azar 95 páginas se obtuvo que había 40 páginas con 0 errores, 30 páginas con 1 error, 15 páginas con 2 errores, 7 páginas con 3 errores, 2 páginas con 4 errores y 1 página con 5 errores.

   Aproximando $P(\lambda)$ por $N(\lambda, \lambda)$, hallar un intervalo de confianza asintótico, con nivel de confianza de 0.9, para el número medio de erratas por página del libro.