

1. Hallar $\phi_X(t)$ para $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ y $X \sim \mathcal{U}([a, b])$.
2. Probar
 - a) $\phi_X(0) = 1$
 - b) $|\phi_X(t)| \leq 1$ para todo t .
3. Para $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, calcular EX y $var(X)$ usando su función característica.
4. Para $k = 1, \dots, n$ sean variables aleatorias $X_k \sim \mathcal{P}(\lambda_k)$ independientes. Hallar la distribución de $X_1 + \dots + X_n$.
5. Sean X_n, Y_n variables aleatorias tales que para todo n X_n e Y_n son independientes. Si $X_n \xrightarrow{dist} X$ e $Y_n \xrightarrow{dist} Y$, probar que $X_n + Y_n \xrightarrow{dist} X' + Y'$ con X', Y' independientes tales que $X' \sim X$ y $Y' \sim Y$.
Sugerencia: Teorema de continuidad de Paul Levy. Si $X_n \xrightarrow{dist} X$, entonces $\phi_{X_n}(t) \rightarrow \phi_X(t)$ para todo t . Recíprocamente, $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi_{X_n}(t) = \phi_X(t)$ para todo t , entonces $X_n \xrightarrow{dist} X$.