

1. En un tablero de $n \times n$ se pinta cada casilla de rojo o azul. Para cada casilla, la probabilidad de que esté pintada de rojo es p (el color con que se pinta cada casilla es independiente del color de las otras casillas). Sea X la cantidad de filas y columnas en las que hay al menos una casilla roja.

Hallar la esperanza y la varianza de X (en función de n y p).

2. En una competencia de tiro al blanco, Miguel debe romper n platos. Una máquina lanza los n platos, uno por uno, y Miguel debe dispararles una vez a cada uno. La probabilidad de que el disparo impacte al plato y lo rompa es p (el resultado de cada disparo es independiente del resultado de los demás disparos).

Al finalizar la primera ronda, se juntan los platos que no logró romper y se vuelven a lanzar, para que Miguel intente nuevamente romperlos.

El experimento se repite hasta que Miguel rompe todos los platos.

(La probabilidad de romper un plato con un disparo es siempre p .)

Sea X la cantidad de rondas que tarda Miguel en romper todos los platos. Hallar la función de probabilidad puntual y una expresión para la esperanza de X (en función de n y p). Calcular $E(X)$ si $n = 2$ y $p = 1/2$.

3. Un profesor quiere saber si hay alguna correlación entre el tiempo que tarda un alumno en entregar un examen y la nota que va a sacar. Tomando X es el tiempo en horas e Y la nota, la función de densidad conjunta está dado por

$$f_{XY}(x, y) = \frac{9}{10}xy^2 + \frac{1}{5}, \text{ para } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1.$$

Hallar la covarianza y la correlación entre X e Y .