

1. Sean  $X$  e  $Y$  variables aleatorias independientes con densidad  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-x^2/2}$ ,  $x \in [0, +\infty)$ . Hallar la distribución de  $(X - Y)/2$ .
2.
  - a) En el juego de la ruleta se puede apostar a que sale Rojo. La probabilidad de ganar es  $1/2$  (suponemos que no hay 0 en la ruleta) y se gana un monto igual al apostado. Si un jugador apuesta \$100, ¿cuál es la ganancia esperada?
  - b) Si apuesta al número 8, la probabilidad de ganar es  $1/36$  y se gana un monto igual a 35 veces el monto apostado. Si un jugador apuesta \$100, ¿cuál es la ganancia esperada?
  - c) Para los dos casos anteriores hallar la varianza de  $X =$  ganancia.
  - d) Un jugado sigue la siguiente martingala. Apuesta \$1 a Rojo. Si gana, se retira. Si pierde, apuesta \$2 a Rojo. Repite esto hasta ganar por primera vez o perder 10 veces seguidas. Cada vez, apuesta el doble de lo anterior. Si la probabilidad de ganar cada vez es  $1/2$ , ¿cuál es la ganancia esperada?
3. En un tablero de  $n \times n$  se pinta cada casilla de rojo o azul. Para cada casilla, la probabilidad de que esté pintada de rojo es  $p$  (el color con que se pinta cada casilla es independiente del color de las otras casillas). Sea  $X$  la cantidad de filas y columnas en las que hay al menos una casilla roja. Hallar la esperanza y la varianza de  $X$  (en función de  $n$  y  $p$ ).