

## REPASO SEGUNDO PARCIAL

### MATEMÁTICA I (B). 2º CUATRIMESTRE 2023

PROF. ARIEL SALORT

- (1) Considerar la función  $f(x, y) = (x - 1)^2 + y^2 + 3xy$
- (a) Hallar los extremos de  $f$  y analizar si  $f$  tiene máximos locales, mínimos locales o puntos de ensilladura.
  - (b) Determinar los extremos de  $f$  en la región  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: -2 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 2\}$ .
- (2) Se tiene un recipiente con capacidad total de 400 litros. Inicialmente dicho recipiente posee 300 litros de agua y 50 kilos de sal disuelta. Se bombea salmuera al recipiente a razón de 3 litros por minuto, siendo la concentración de la solución entrante de 2 kilos por litro. La solución mezclada se bombea hacia afuera del recipiente a razón de 2 litros por minuto.
- (a) Dar una fórmula para  $V(t)$ , la función que describe el volumen del agua en el tanque a tiempo  $t$ .
  - (b) Deduzca una ecuación lineal (no homogénea y a coeficientes no constantes) para la función  $S(t)$  que indica la cantidad de sal en el tanque para cada tiempo  $t$ .
  - (c) Resuelva dicha ecuación y halle una fórmula para  $S(t)$ .
  - (d) Calcule la cantidad de sal que hay en el tanque en el momento en que se llena.

- (3) Dado el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' &= -x + 2y \\ y' &= -x - 3y \end{cases}$$

- (a) Hallar la solución que cumple  $x(0) = 4, y(0) = -1$ .
- (b) Hacer un bosquejo del diagrama de fases del sistema.
- (c) Decidir si existe algún  $x_0, y_0$  tal que la solución  $(x(t), y(t))$  correspondiente a la condición inicial  $x(0) = x_0, y(0) = y_0$  cumpla que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = +\infty, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = +\infty.$$

- (4) Hallar los puntos de equilibrio, analizar la estabilidad de cada uno y hacer un bosquejo del diagrama de fases del sistema no lineal

$$\begin{cases} x' &= x - x^2 - xy \\ y' &= 2y - xy - y^2 \end{cases}$$