

Cálculo Numérico - Elementos de Cálculo Numérico - 1er Parcial de Octave/Matlab
Primer cuatrimestre de 2019 (22/04/2019)

Para resolver el problema

$$\begin{cases} x'(t) = f(t, x(t)) & \text{en } (0, T) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

consideramos el método de un paso

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(K_1 + 4K_2 + K_3) \quad (1)$$

con $t_{k+1} = t_k + h$ y

$$K_1 = f(t_k, x_k), \quad K_2 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2}K_1\right), \quad K_3 = f\left(t_k + h, x_k - hK_1 + 2hK_2\right).$$

1. Programar una función llamada RK con cabecal

function [t, x] = RK(f, T, x0, h)

tal que dado la función f , el tiempo final T , la condición inicial x_0 y el paso h devuelve el vector de los tiempos t_k y el vector de las aproximaciones x_k definida por (1).

2. Para evaluar numericamente el orden de convergencia de este método, consideramos el problema

$$\begin{cases} x'(t) = -2tx(t) & \text{en } [0, 1] \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

cuya solución exacta es $x(t) = e^{-t^2}$.

Escribir un script *Graf.m* que grafique en un mismo gráfico la solución exacta y las soluciones aproximadas para $h = 10^{-k}$, $k = 1, 2$.

3. (a) Escribir un script "OrdenConv.m" que grafique en función de $\log(h)$, $h = 10^{-k}$ con $k = 1, 2, 3, 4$, el logaritmo del error $error_k$, $k = 1, \dots, 4$, al tiempo final $T = 1$ entre la solución exacta y la solución numerica obtenida con (1). Se obtiene una curva muy similar a una recta.
(b) Estime numericamente la "pendiente" a de esta recta por un cociente incremental de la forma $|\log(error_{k+1}) - \log(error_k)| / |\log(h_{k+1}) - \log(h_k)|$ (donde $h_k := 10^k$):.....
(c) Conjeture (sin justificación) el orden de convergencia del método (1):

Mandar por mail los tres archivos RK.m, Graf.m y OrdenConv.m a la dirección

ecn20191@gmail.com

con asunto

"ECN_parcialito1_SuApellido_SuLibreta"

En caso que haya programado en Python, agregue la palabra "Python" al asunto.