

1. Luego de dormir durante todo el día, Gaturro decide levantarse de su sillón para ir a cucharatear su lasagna recién salida del microondas (cualquier similitud con Garfield es pura coincidencia). Dicha lasagna se encuentra en un pote cuya base está representada por el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -3 \leq y \leq 1\}.$$

Si la temperatura de la lasagna en el punto $(x, y) \in A$ está dada por la función

$$f(x, y) = -y^2 + 2x^4y + 40,$$

hallar los puntos de A de máxima y mínima temperatura.

2. Resolver el siguiente problema a valores iniciales:

$$\begin{cases} 1 + t = 2txx', \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

3. Un tanque (A) contiene inicialmente 100 litros de agua pura. El tanque está conectado a otro tanque (B) que contiene una solución de 100 litros de agua con 1 kg de sal disuelta. En ese mismo instante se comienza a bombear una solución de agua y sal con un caudal de 4 litros por minuto y una concentración de 30 gramos por litro al tanque A. La disolución de los tanques circula entre ellos de modo que se bombea desde el tanque A hacia el tanque B un caudal de 3 litros por minuto y del tanque B al tanque A, un caudal de 1 litro por minuto. Además el contenido de la solución se extrae a razón de 2 litros por minuto de cada tanque. Suponiendo que en cada tanque la solución se mantiene uniformemente mezclada todo el tiempo:

a) Encontrar la cantidad de sal en cada tanque en cualquier instante t .

b) ¿Cuánta sal habrá aproximadamente en cada tanque al cabo de mucho tiempo?

4. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = -xe^{y^2} \\ y' = y^4 - x^2 - 1 \end{cases} .$$

- Halle todos los puntos de equilibrio del sistema y analice la estabilidad de cada uno de ellos.
- Esboce el diagrama de fases del sistema en un entorno de cada punto de equilibrio estable.