1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Primer parcial - 20/05/2022 - TEMA 1

---

1. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -k^2 \end{pmatrix}$$

y $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que $\det(B) = \frac{1}{2}$. Hallar **todos** los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que

$$\det\left(\frac{1}{4}B^{-1}A^5\right) = 1.$$

---

2. *a*) Hallar **todos** los números reales α y β tales que la intersección del plano $\Pi : x+2y-z=1$ con el plano xz es la recta que pasa por los puntos $P_1 = (\alpha+\beta, 0, 1)$ y $P_2 = (0, 0, \frac{\alpha-\beta}{2})$.

b) Hallar **todos** los números reales c tales que las rectas

$$L_1 : t(c, c+1, 1) + (0, 2, 0) \qquad \text{y} \qquad L_2 : s(c, 6, -c) + (-2, 8, 2)$$

sean perpendiculares. Para los valores de c hallados, calcular $L_1 \cap L_2$.

---

3. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 9x_3 = 3k+5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = k \\ -x_1 + 5x_2 + k^2x_3 = 12 \end{cases}$$

(a) Determinar la cantidad de soluciones **para cada valor** de $k \in \mathbb{R}$.

(b) Para $k = -2$, hallar el conjunto de soluciones y expresarlo en forma paramétrica.

---

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ la matriz

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

Decidir si es posible armar una **base ortonormal** de $\mathbb{R}^3$ formada por autovectores de A. En caso afirmativo, hallarla y exhibir una diagonalización de A en esa base.

---

*Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Primer parcial - 20/05/2022 - TEMA 2

---

1. Sean

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ k^2 & -k & -9 \end{pmatrix}$$

y $B \in \mathbb{R}^{3\times3}$ tal que $\det(B) = \frac{1}{3}$. Hallar **todos** los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que

$$\det\left(\frac{1}{9}A^5B^{-1}\right) = 1.$$

---

2. *a*) Hallar **todos** los números reales α y β tales que la intersección del plano $\Pi : 2x - y + z = 1$ con el plano yz es la recta que pasa por los puntos $P_1 = (0, \alpha - \beta, 4)$ y $P_2 = (0, 2, \alpha + \beta)$.

b) Hallar **todos** los números reales c tales que las rectas

$$L_1 : t(-1, c, 2c + 1) + (3, 0, 0) \qquad \text{y} \qquad L_2 : s(c, c + 3, -1) + (4, 4, -1)$$

sean perpendiculares. Para los valores de c hallados, calcular $L_1 \cap L_2$.

---

3. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 9x_3 = 4k - 5 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = k \\ -x_1 + 5x_2 + k^2x_3 = -7 \end{cases}$$

(a) Determinar la cantidad de soluciones **para cada valor** de $k \in \mathbb{R}$.

(b) Para $k = -3$, hallar el conjunto de soluciones y expresarlo en forma paramétrica.

---

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times3}$ la matriz

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Decidir si es posible armar una **base ortonormal** de $\mathbb{R}^3$ formada por autovectores de A. En caso afirmativo, hallarla y exhibir una diagonalización de A en esa base.

Justifique ***todas*** *sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Recuperatorio del Primer parcial - 15/07/2022 - TEMA 1

Apellido y Nombre: LU:

---

1. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -8 & 1 \\ -3 & 8 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 23 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -8 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

en $\mathbb{R}^{4\times 4}$. Calcular

$$\det\left(\left(A^2B + A^2\right)^{-1}\right).$$

---

2. Hallar **todos** los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que la intersección del plano $\alpha x - 5y + 1 = \alpha z$ y el plano yz sea perpendicular a la recta

$$L : \lambda\left(-\frac{26}{5}, \alpha, \alpha + \frac{6}{5}\right) + \left(\alpha, 0, 0\right).$$

Para cada α hallado, encontrar la intersección.

---

3. Determinar los posibles valores de a y b para que $(2, 3, 0)$ sea una de las **infinitas** soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x_1 - \ x_2 + \ bx_3 = -1 \\ ax_1 + \ x_2 + \ 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + b^2x_3 = 8 \end{cases}$$

---

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ la matriz

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}.$$

Decidir si es posible armar una **base ortonormal** de $\mathbb{R}^3$ formada por autovectores de A. En caso afirmativo, hallarla y exhibir una diagonalización de A en esa base.

---

*Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Recuperatorio del Primer parcial - 15/07/2022 - TEMA 2

Apellido y Nombre: LU:

---

1. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 23 & 0 \\ 5 & 1 & -11 & -3 \\ -8 & -1 & 13 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -3 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

en $\mathbb{R}^{4\times 4}$. Calcular

$$\det\left(\left(B^2A + B^2\right)^{-1}\right).$$

---

2. Hallar **todos** los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que la intersección del plano $\alpha y - 5x + 1 = \alpha z$ y el plano xz sea perpendicular a la recta

$$L : \lambda\left(\alpha, -\frac{26}{5}, \alpha + \frac{6}{5}\right) + \left(0, \alpha, 0\right).$$

Para cada α hallado, encontrar la intersección.

---

3. Determinar los posibles valores de a y b para que $(5, 4, 0)$ sea una de las **infinitas** soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - bx_3 = 1 \\ ax_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ -3x_1 + 5x_2 + b^2x_3 = 5 \end{cases}$$

---

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ la matriz

$$\begin{pmatrix} \frac{7}{2} & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & -2 & 0 \\ -\frac{5}{2} & 0 & \frac{7}{2} \end{pmatrix}.$$

Decidir si es posible armar una **base ortonormal** de $\mathbb{R}^3$ formada por autovectores de A. En caso afirmativo, hallarla y exhibir una diagonalización de A en esa base.

---

*Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Segundo parcial - 11/07/2022 - TEMA 1

Apellido y Nombre: LU:

---

1. *a*) Decidir la existencia de los siguientes límites:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x+y)-\operatorname{sen}(x-y)}{x+y} \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(3xy)+xy}{x}$$

b) Sea f una función de clase $\mathcal{C}^1$ en el $(1,2)$. Consideremos los vectores $v = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $w = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Si se sabe que $\frac{\partial f}{\partial v}(1,2) = 3$ y $\frac{\partial f}{\partial w}(1,2) = 6$, calcular la dirección de mayor crecimiento de f en el punto $(1,2)$.

---

2. Resolver la ecuación diferencial

$$x^2y' + y = 0$$

con la condición inicial $y(1) = 1$.

---

3. Sea $f(x,y) = x^2 + y^2 - 6y + 9$.

(a) Hallar los puntos críticos de f en $\mathbb{R}^2$ y clasificarlos.

(b) Hallar, si es que existen, los extremos absolutos de $f|_A$ con $A \subseteq \mathbb{R}^2$ dado por

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 2\}.$$

---

4. La ecuación del plano tangente a la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en el punto $(1, 2, f(1,2))$ es

$$P(x,y) = 1 + 2x - 3y.$$

Calcular el plano tangente a la función $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x,y) = f(y + x^2, -3x + 2y)$ en el punto $(0, 1, g(0,1))$.

Justifique ***todas*** *sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Segundo parcial - 11/07/2022 - TEMA 2

Apellido y Nombre: LU:

---

1. *a*) Decidir la existencia de los siguientes límites:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(y-2x)-\operatorname{sen}(y+2x)}{y+2x} \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(-4xy)+3xy}{y}$$

b) Sea f una función de clase $\mathcal{C}^1$ en el $(2,1)$. Consideremos los vectores $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $w = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Si se sabe que $\frac{\partial f}{\partial v}(1,2) = 6$ y $\frac{\partial f}{\partial w}(1,2) = 3$, calcular la dirección de mayor crecimiento de f en el punto $(1,2)$.

---

2. Resolver la ecuación diferencial

$$y + x^2 y' = 0$$

con la condición inicial $y(1) = 2$.

---

3. Sea $f(x,y) = y^2 + x^2 - 6x + 9$.

(a) Hallar los puntos críticos de f en $\mathbb{R}^2$ y clasificarlos.

(b) Hallar, si es que existen, los extremos absolutos de $f|_A$ con $A \subseteq \mathbb{R}^2$ dado por

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16, y \leq 2\}.$$

---

4. La ecuación del plano tangente a la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en el punto $(2,1,f(2,1))$ es

$$P(x,y) = 1 + 2y - 3x.$$

Calcular el plano tangente a la función $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x,y) = f(-3y+2x, x+y^2)$ en el punto $(1,0,g(1,0))$.

Justifique ***todas*** *sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Recuperatorio del Segundo parcial - 22/07/2022 - TEMA 1

Apellido y Nombre: LU:

---

1. *a*) Decidir la existencia de los siguientes límites:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(e^{xy})^2-1}{xy} \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{3y}+e^{3x}}{|3y|+|3x|}$$

b) Calcular el plano tangente de una función de clase $\mathcal{C}^1$ en el punto $(2,1,-5)$ tal que su derivada direccional en la dirección $(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$ sea 3, y en la dirección $(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$ sea 6.

---

2. Resolver la ecuación diferencial

$$y' = (y-1)x$$

con la condición inicial $y(2)=2$.

---

3. Sea $f(x,y)=x^3-3x+4y^2+1$.

(a) Hallar los puntos críticos de f en $\mathbb{R}^2$ y clasificarlos.

(b) Hallar, si es que existen, los extremos absolutos de $f|_A$ con $A\subseteq\mathbb{R}^2$ dado por

$$A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\le 4\}.$$

---

4. La ecuación del plano tangente a la función $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ en el punto $(2,3,f(2,3))$ es

$$P(x,y)=2-4x+2y.$$

Calcular el plano tangente a la función $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $g(x,y)=f(x^2+y^2,-2x+5y)$ en el punto $(1,1,g(1,1))$.

---

*Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

1	2	3	4	Calificación

Análisis 1 para la Licenciatura en Alimentos

Primer Cuatrimestre 2022 - Recuperatorio del Segundo parcial - 22/07/2022 - TEMA 2

Apellido y Nombre: LU:

---

1. *a*) Decidir la existencia de los siguientes límites:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(e^{x+y})^2 - 1}{x+y} \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{2x}+e^{2y}}{|2x|+|2y|}$$

b) Calcular el plano tangente de una función de clase $\mathcal{C}^1$ en el punto $(1, 2, -5)$ tal que su derivada direccional en la dirección $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ sea 4, y en la dirección $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ sea 5.

---

2. Resolver la ecuación diferencial

$$y' = (y-2)x$$

con la condición inicial $y(2) = 3$.

---

3. Sea $f(x, y) = y^3 - 3y + 4x^2 - 1$.

(a) Hallar los puntos críticos de f en $\mathbb{R}^2$ y clasificarlos.

(b) Hallar, si es que existen, los extremos absolutos de $f|_A$ con $A \subseteq \mathbb{R}^2$ dado por

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

---

4. La ecuación del plano tangente a la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en el punto $(3, 2, f(3, 2))$ es

$$P(x, y) = 2 + 2x - 4y.$$

Calcular el plano tangente a la función $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x, y) = f(x^2 + y^2, 5x - 2y)$ en el punto $(1, 1, g(1, 1))$.

---

*Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*