Tema 1

1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Análisis 1 - Alimentos - 1° Cuatrimestre 2019
1° Parcial

---

1. Hallar *todos* los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que el siguiente sistema tenga como solución *exactamente* a la recta $\mathbb{L} = \lambda(3,-1,-1) + (4,0,0)$:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = k^2 \\ x_1 + (k+2)x_2 + (k^2-1)x_3 = 4 \\ 2x_1 + (k+4)x_2 + k^2 x_3 = k^2+4. \end{cases}$$

---

2. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ dada por

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

   a) Hallar los autovalores y un base de autovectores de A.

   b) Si $\mathbb{E}_2$ es el autoespacio del autovalor $\lambda = 2$ de A, hallar la intersección de $\mathbb{E}_2$ con el plano $\Pi : \alpha(2,3,-1) + \beta(0,2,4) + (-1,-1,6)$. Dar la forma paramétrica de $\mathbb{E}_2 \cap \Pi$.

---

3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y,z) = 2x^2 + 2xy + 2y^2 - z^2$.

   a) Mediante un cambio de coordenadas ortogonal adecuado, llevar el gráfico de f a la forma del gráfico de $g(u,v,w) = au^2 + bv^2 + cw^2$ para $a,b,c \in \mathbb{R}$ adecuados.

   b) Dada la superficie de nivel $S = \{(u,v,w) : g(u,v,w) = 1\}$, hacer un dibujo aproximado de la superficie, indicando primero algunas curvas de nivel.

---

4. Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2-y^2} + \dfrac{1}{x^2-y^2-1} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}.$

   a) Hallar el dominio de f y graficarlo.

   b) Decidir si f es continua en $P = (0,0)$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas.

1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Análisis 1 - Alimentos - 1° Cuatrimestre 2019
2° Parcial

---

1. Hallar la función $y = y(x)$ que satisface

$$(1 + \text{sen}^2(x))y'\, y = 8\,\text{sen}(x)\cos(x); \quad y(0) = 5.$$

¿Qué dominio tiene y?

---

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que:

$$f(1,1) = 0, \quad \nabla f(1,1) = (0,2) \text{ y } Hf(1,1) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Si $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ está definida por $g(x,y) = \text{sen}(f(x,y)) - 2xy + x^2$,

a) Calcular el polinomio de Taylor de orden 2 de g en el punto $P = (1,1)$.

b) ¿Tiene g un extremo en $P = (1,1)$?

---

3. Sea $f(x,y) = e^{x+y}(x^2 - 2y^2)$.

a) Hallar los puntos críticos de f en $\mathbb{R}^2$ y clasificarlos.

b) Hallar los extremos absolutos de $f|_A$ con $A \subseteq \mathbb{R}^2$ dado por

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \leq 2\}.$$

---

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1 que satisface

$$f(e^{x-3} - 3, y^3 - x) = 2 + y^2.$$

a) Evaluando en $(x,y) = (3,1)$, calcular $f(-2,-2)$.

b) Calcular $\nabla f(-2,-2)$, y calcular la derivada direccional de f en el punto $P = (-2,-2)$ en la dirección de $V = (4/5, -3/5)$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas.

1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Análisis 1 - Alimentos - 1° Cuatrimestre 2019
Recuperatorio del 1° Parcial

---

1. Hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que $(2, -3, 1)$ sea la única solución del sistema

$$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ x - y + 3z = 8 \\ 2x + (k^2 - 7)z = k + 3. \end{cases}$$

---

2. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ dada por

$$A = \begin{pmatrix} 2 & b & 2a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Hallar todos los valores de a y b en $\mathbb{R}$ tales que 1 es autovalor de A y A es diagonalizable.

---

3. Mediante un cambio de coordenadas adecuado, clasificar y graficar la cuádrica $2x^2+y^2+2z^2+8xz = -1$.

---

4. Determinar si existen los siguientes límites. Si existen, calcularlos, y si no existen, explicar por qué.

   a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^3 + \sin(2x(y-1))}{x}$.

   b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{-5xy}{x^2+3y^2}$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas.

1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Análisis 1 - Alimentos - 1° Cuatrimestre 2019
Recuperatorio del 1° Parcial - 2° fecha

1. Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x + 3y + (-3k-1)z = 0 \\ 2x + 4y + k^2 z = -1, \end{cases}$$

hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que el conjunto de soluciones del sistema es una recta paralela al plano $\Pi : x + 3y + 2z = 7$.

2. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ dada por

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & -a & 3 \\ a+1 & -6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que $(1,2,3)$ sea autovector de A y, para el valor de a hallado, dar una base $B = \{(1,2,3), v_2, v_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ con v_2 y v_3 autovectores de A.

3. Mediante un cambio de coordenadas adecuado, clasificar y graficar la cuádrica

$$5x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 8xz - 36 = 0.$$

4. Determinar si existen los siguientes límites. Si existen, calcularlos, y si no existen, explicar por qué.

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy}{x^2+3y^3}$.

b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(2,1)} \frac{x\sin(x-2y)}{xy-2y^2}$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas.

1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Análisis 1 - Alimentos - 1° Cuatrimestre 2019
Recuperatorio del 2° Parcial

---

1. Hallar la función $y = y(x)$ que satisface

$$(5 + y')e^{2-x} = x(5x + y)^2; \;\; y(2) = -11.$$

¿Cuál es el dominio de $y(x)$?

---

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^3 tal que $f_{xx}(1, 2) = -3$ y

$$(x - 1)f_y(x, y) + (y - 2)f_x(x, y) + 3 = 2f(x, y) + x,$$

para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Calcular el polinomio de Taylor de orden 2 de f en el punto $P = (1, 2)$.

---

3. Sea $f(x, y) = e^{-\frac{1}{3}x^3+x-y^2}$.

   a) Hallar los puntos críticos de f en $\mathbb{R}^2$ y clasificarlos.

   b) Hallar los extremos absolutos de $f|_A$ donde $A \subset \mathbb{R}^2$ es la región encerrada por el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$ y $(1, 0)$.

---

4. Dadas $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $F(x, y) = (x^2 + y + x - 2, x - 3)$ y $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que

$$(F \circ G)(x, y) = (xy + 2y + 3x, x - 2y).$$

Calcular $DG(0, 0)$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas.