

# Clase 19/08

August 2016

## 1 Problema n-reinas

Ubicar  $n$  reinas en un tablero de  $n \times n$  sin que se amenacen.

### Variables:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si pongo una reina en el casillero } (i, j) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

### Modelo:

**mín:** 1

**s.a.:**

- $\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall 1 \leq j \leq n$
- $\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall 1 \leq i \leq n$
- $\sum_{k=j-i} x_{ij} \leq 1 \quad \forall -(n-1) \leq k \leq (n-1)$
- $\sum_{k=j+i} x_{ij} \leq 1 \quad \forall 2 \leq k \leq 2n$

## 2 Problema 1.3

Una empresa quiere financiar 8 proyectos en los próximos 5 años y dispone de un presupuesto anual de 35 millones de pesos. Cada uno de los proyectos tarda 3 años (supongo consecutivos, pensar cómo sería si puedo elegir 3 años no consecutivos) en terminarse y una vez terminado produce un rendimiento anual. Maximizar el beneficio proyectado a 15 años de la empresa sujeto a algunas restricciones extra:

- De los proyectos 4 y 7, como mucho puede financiarse uno.

- De los proyectos 2 y 3, solamente se realizaran ambos, si no se realizan ni el proyecto 1 ni el proyecto 5.
- Hay dos años en que el presupuesto debarà reducirse en 5 millones.
- La primera fase del proyecto 2 debe estar acabada para iniciar los proyectos 1, 3 y 6.
- Los gastos anuales estimados de todos los proyectos aumentan un 5% cada año que se demore el comienzo.

**Variables:**

$$e_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si empiezo a financiar el proyecto } i \text{ en el año } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Aclaración: Consideramos que una vez iniciado el proyecto las diferentes fases se llevan a cabo en años consecutivos.

$$f_i = \begin{cases} 1 & \text{si financio el proyecto } i \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si reduzco el presupuesto en el año } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

**Parámetros:**

$R_i$  = Rendimiento anual del proyecto  $i$  una vez terminado

$c_{ir}$  = Costo del año  $r$  de realización del proyecto  $i$

**Modelo:**

**máx:** 
$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^3 (e_{ij} R_i (15 - (j + 2))) - GASTO$$

**s.a.:**

- $\sum_{j=1}^3 e_{ij} = f_i \quad \forall 1 \leq i \leq 8$

- $e_{ij} = 0 \quad \forall 1 \leq i \leq 8, \forall 4 \leq j \leq 5$

Aclaración: no necesito definir estas variables porque no puedo empezar un proyecto en el año 4 ni en el 5, sólo las defino para que sea más corto escribir la restricción del presupuesto.

- Reduzco el presupuesto en 2 años :  $\sum_{j=1}^5 y_j = 2$

- Respetar presupuesto anual:

- Para todo  $3 \leq j \leq 5$  :

$$\sum_{i=1}^8 e_{ij} c_{i1} (1.05)^{j-1} + e_{ij-1} c_{i2} (1.05)^{j-2} + e_{ij-2} c_{i3} (1.05)^{j-3} \leq 35 - 5y_j$$

– Para  $j = 2$  :

$$\sum_{i=1}^8 e_{ij}c_{i1}(1.05)^{j-1} + e_{ij-1}c_{i2}(1.05)^{j-2} \leq 35 - 5y_j$$

– Para  $j = 1$  :

$$\sum_{i=1}^8 e_{ij}c_{i1} \leq 35 - 5y_j$$

• No puedo financiar 4 y 7:  $f_4 + f_7 \leq 1$

• Sólo puedo financiar ambos 2 y 3 si no financio ni 1 ni 5:

$$2(f_2 + f_3) + f_1 + f_5 \leq 4$$

• La primera parte del proyecto 2 debe estar terminada para empezar a financiar los proyectos 1, 3 y 6:

$$\sum_{s=1}^j e_{2s} \geq \sum_{s=1}^j e_{is} \quad \forall j \text{ e } i \in \{1, 3, 6\}$$

$$e_{2j} + e_{ij} \leq 1 \quad \forall j \text{ e } i \in \{1, 3, 6\}$$

• GASTO =  $\sum_{j=3}^5 \sum_{i=1}^8 (e_{ij}c_{i1}(1.05)^{j-1} + e_{ij-1}c_{i2}(1.05)^{j-2} + e_{ij-2}c_{i3}(1.05)^{j-3}) +$

$$\sum_{i=1}^8 (e_{i2}c_{i1}(1.05) + e_{i1}c_{i2} + e_{i1}c_{i1})$$