

1. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una m.a. cuya distribución depende de cierto parámetro θ . Sean $\hat{\theta}_{1,n}$ y $\hat{\theta}_{2,n}$ dos estimadores de θ basados en la muestra tales que:

$$\mathbb{E}(\hat{\theta}_{1,n}) = \theta \quad \text{y} \quad V(\hat{\theta}_{1,n}) = \frac{\theta^2}{2n}$$

$$\mathbb{E}(\hat{\theta}_{2,n}) = \theta \left(\frac{n+1}{n} \right) \quad \text{y} \quad V(\hat{\theta}_{2,n}) = \frac{\theta^2}{n(n+1)}$$

¿Qué estimador elegiría basándose en ECM?

2. X_1, \dots, X_n una m.a. donde X_i tiene densidad:

$$f(x; \theta) = \frac{\theta}{x^{\theta+1}} I_{(1, \infty)}(x) \quad \theta > 1$$

- a) Hallar la densidad de $Y = \ln(X)$
- b) Hallar el EMV de θ
- c) Probar que $\hat{\theta}_{MV}$ es consistente

3. X_1, \dots, X_n son i.i.d. con densidad:

$$f(x; \theta) = 4 \frac{\theta^4}{x^5} I_{[\theta, \infty)}(x) \quad \theta > 0$$

- a) Hallar el EMV de θ
- b) Demostrar que $\hat{\theta}_{MV}$ es consistente

4. (para entregar) X_1, \dots, X_n son i.i.d. con densidad:

$$f(x; \theta) = 3 \frac{(\theta^2 + 1)^3}{x^4} I_{[\theta^2+1, \infty)}(x) \quad \theta > 0$$

- a) Hallar el EMV de θ
- b) Demostrar que $\hat{\theta}_{MV}$ es consistente