

## Probabilidad y Estadística (C) - Trabajo práctico de r

Para entregar el martes 17/11 por mail a lubabino@yahoo.com.ar y agustinalvarez01@gmail.com.

Para realizar en grupos de 2 ó 3 alumnos.

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una m.a. con  $X_i \sim \mathcal{U}[0, \theta]$  con  $\theta > 0$ . Sabemos que el estimador de máxima verosimilitud para  $\theta$  es  $\hat{\theta}_{MV} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , mientras que el estimador de momentos es  $\hat{\theta}_m = 2\bar{X}$ .

1. Recordamos la definición de error cuadrático medio:  $ECM(\hat{\theta}, \theta) = \mathbb{E}_\theta[(\hat{\theta} - \theta)^2]$

a) Calcular el  $ECM(\hat{\theta}, \theta)$  para ambos estimadores y notar que  $ECM(\hat{\theta}, \theta) = \theta^2 ECM(\hat{\theta}, 1)$  en ambos casos. A continuación completar las siguientes tablas donde  $n$  es el tamaño muestrallkl.

ECM teórico de $\hat{\theta}_{MV}$			
	$\theta = 1$	$\theta = 10$	$\theta = 40$
$n = 5$			
$n = 30$			
$n = 60$			

ECM teórico de $\hat{\theta}_m$			
	$\theta = 1$	$\theta = 10$	$\theta = 40$
$n = 5$			
$n = 30$			
$n = 60$			

b) Completar las siguientes tablas con los ECM estimados de cada estimador, para cada valor de  $n$  y  $\theta$ , donde la estimación se calcula mediante una simulación con  $Nrep = 1000$  replicaciones.

ECM estimado de $\hat{\theta}_{MV}$			
	$\theta = 1$	$\theta = 10$	$\theta = 40$
$n = 5$			
$n = 30$			
$n = 60$			

ECM estimado de $\hat{\theta}_m$			
	$\theta = 1$	$\theta = 10$	$\theta = 40$
$n = 5$			
$n = 30$			
$n = 60$			

c) En base a los resultados de los ítems anteriores, qué estimador elegiría y porqué.

2. Sabemos que un intervalo de confianza para  $\theta$  de nivel exacto  $1 - \alpha$  es

$$IC_\theta(\vec{X}) = \left[ \frac{\max\{X_1, \dots, X_n\}}{(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}}, \frac{\max\{X_1, \dots, X_n\}}{(\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}} \right]$$

y uno de nivel asintótico  $1 - \alpha$  es

$$IC_{as.,\theta}(\vec{X}) = \left[ 2\bar{X} - 2z_{\alpha/2} \frac{\bar{X}}{\sqrt{3n}}, 2\bar{X} + 2z_{\alpha/2} \frac{\bar{X}}{\sqrt{3n}} \right]$$

- a) Tomando  $\alpha = 0,1$  y  $\theta = 1$ , para cada uno de los intervalos anteriores completar las siguientes tablas donde L.E.T. es la longitud esperada teórica del I.C. y L.E.E. es la longitud esperada estimada del I.C. donde la estimación se calcula mediante una simulación con  $Nrep = 1000$  replicaciones.

<b>IC exacto</b>		
	L.E.T.	L.E.E.
$n = 5$		
$n = 30$		
$n = 60$		

<b>IC asintótico</b>		
	L.E.T.	L.E.E.
$n = 5$		
$n = 30$		
$n = 60$		

- b) En base a los resultados de los ítems anteriores, ¿qué intervalo elegiría?