

## RUINA DEL JUGADOR

Consideremos un jugador que en cada etapa del juego gana o pierde un peso. Los juegos que realiza son independientes unos de otros. Si el jugador tiene 0 o  $M$  pesos se retira (infeliz o feliz). Supongamos que la probabilidad de ganar un peso sea  $q$  y, por lo tanto, la de perder es  $1 - q$ .

Sea  $X_n$  la cantidad de dinero que tiene el jugador luego de  $n$  jugadas. Esto es un valor entre  $\{0, 1, \dots, M\}$ , si esta en el 0 o en  $M$  se queda ahí para siempre, y si esta en uno de los valores intermedios solo puede sumar o restar uno en cada paso. Supongamos que el jugador arranca con  $A$  pesos donde  $0 < A < M$ .

Definimos

$p_n(j)$ : la probabilidad de que el jugador tenga  $j$  pesos en la  $n$ -ésima jugada.

$p_n(i, j)$ : considerando que a tiempo  $n$  el jugador tiene  $i$  pesos, la probabilidad de que tenga  $j$  pesos a tiempo  $n + 1$ .

¿Dependen del tiempo estas probabilidades? Calcule estas probabilidades para  $i, j \in \{0, \dots, M\}$  (A una matriz  $P$  con estas entradas se la llama matriz de transición.)

Simule la ruina del jugador para distintos valores de  $A$ ,  $M$  y  $q$ .

Simule la ruina del jugador para 10 entradas al casino.

TAREA: Supongamos que el jugador inicia el juego con 4 pesos y que lo termina si su fortuna asciende a 10, es decir,  $M = 10$  o si su fortuna se agota. Simule  $p_n(j)$  para  $j \in \{0, 1, \dots, 10\}$  para  $n \leq 100$  cuando  $p = 0,7, p = 0,2, p = 18/37$  (este último corresponde a la ruleta, ¿les parece que van a ganar plata jugando al rojo o negro? ).

```
Jugador<-function(A,M,q,l)
{
x<-c(A,rep(0,l-1))
for(i in 1:(l-1))
{
if( 0< x[i] & x[i] <M )
{
u<-runif(1)
if(u<q)
x[i+1]<-x[i]+1
else
x[i+1]<-x[i]-1
}
else
if(x[i]==M)
x[i+1]<-M
}
x
}
casino1<-Jugador(20,100,0.8,30)
> casino1
[1] 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 34 35 34 35 36 37 38 37 36
[26] 37 38 39 40 41
> casino1<-Jugador(10,100,0.3,30)
> casino1
[1] 10 9 10 9 10 9 10 11 10 9 8 7 8 7 6 5 6 5 4 5 4 3 2 1 2
```

```

[26] 1 0 0 0 0
#muchas entradas al casino:
#n cantidad de veces que fui al casino (tamaño de muestra de la cadena)
n<-20
l<-10
A<-5
M<-12
q<-0.8
muestras<-function(A,M,q,l,n)
{
v<-matrix(rep(0,n*l),nrow=n,ncol=l,byrow=TRUE)
for(i in 1:n)
{
v[i,]<-Jugador(A,M,q,l)
}
v
}
matriz<-muestras(A,M,q,l,n)
> matriz
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12]
[1,]    5    6    7    8    9    8    9   10   11   12   12   12
[2,]    5    4    5    4    5    6    7    8    9   10   9   10
[3,]    5    6    7    8    9   10   11   12   12   12   12   12
[4,]    5    6    7    8    9   10    9   10   11   12   12   12
[5,]    5    6    7    8    9   10   11   12   12   12   12   12
[6,]    5    6    5    6    7    6    5    4    5    6    7    6
[7,]    5    6    7    8    7    8    9   10   11   10    9   10
[8,]    5    4    3    4    5    6    5    6    7    8    9    8
[9,]    5    6    5    6    7    8    9   10    9    8    9   10
[10,]   5    4    5    4    3    4    5    6    7    6    7    8

```