Análisis I - Análisis Matemático I
Matemática 1- Análisis II (C)

Examen Final - 13-xii-2011

Nombre: L. U.:
Carrera:

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Nota

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ continua, y una sucesión $\{(x_n, y_n)\}_{n\geq 1}$ tal que
$$\lim_{n\to\infty} (x_n, y_n) = (a, b).$$
Probar que
$$\lim_{n\to\infty} f(x_n, y_n) = f(a, b).$$

2. Enunciar y demostrar el Teorema del Valor Medio para funciones diferenciables $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

3. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua, con $f(0) = 0$. Sea
$$F(x, y) = xf(y) + yf(x).$$
   i.- Analizar la diferenciabilidad de F en $(x, y) = (0, 0)$.

   ii.- Probar que si, además, f es creciente, el origen es un punto silla.

4. Sea $f : (0, 1] \to \mathbb{R}$, continua y positiva, tal que
$$\lim_{t\to 0} f(t) = +\infty, \quad y \quad \int_0^1 f(t)dt = \lim_{\varepsilon\to 0^+} \int_\varepsilon^1 f(t)dt < \infty.$$
Mostrar que si $F : B(0, 1) \to \mathbb{R}$ se define como $F(x, y) = f(\|(x, y)\|)$ (donde $B(0, 1) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$), entonces
$$\int_{B(0,1)} F(x, y)\, dxdy < \infty.$$