

**Importante:** En todos los ejercicios ...

1. Especifique cuáles son los parámetros de interés y defínalos con palabras.
2. Plantee las hipótesis nula y alternativa del test.
3. Defina con palabras las variables de la muestra aleatoria y diga qué se sabe sobre su distribución.
4. Indique cuál es el nivel del test (si éste no se aclara en el enunciado, tome por default 0.05).
5. Especifique cuál es el estadístico del test y qué distribución tiene bajo  $H_0$ , aclarando si es exacta o asintótica.
6. Plantee la región de rechazo.
7. Indique la conclusión del test en el contexto del problema.

**Ejercicio 1.** En cada una de las siguientes situaciones, indique si el análisis incluye una prueba estadística. En caso afirmativo, indique el/los parámetro/s de interés y las hipótesis nula y alternativa.

1. Utilizar el censo de una comunidad para determinar si hay evidencia de que el porcentaje de personas de la comunidad que viven en una casa móvil es superior al 10%.
2. Encuestar a 1.000 personas de una gran comunidad para determinar si hay evidencia de que el porcentaje de personas de la comunidad que viven en una casa móvil es superior al 10%.
3. Poner a prueba a 100 participantes diestros sobre el tiempo de reacción de sus manos izquierda y derecha para determinar si hay evidencia de que la mano derecha reacciona más rápido que la izquierda.
4. Hacer una prueba de sabor de dos gaseosas, llamémoslas A y B, parecidas en sabor a 1000 personas elegidas al azar de una ciudad para determinar si hay evidencia de que la cantidad de habitantes de ese lugar que prefiere B es mayor a la que prefiere A.
5. Utilizar los registros de votación completos de un condado para ver si hay evidencia de que más del 50% de los habitantes con derecho a voto en el condado votó en las últimas elecciones.

**Ejercicio 2. Pruebas de seguridad alimentaria.** Se pide a un inspector de seguridad alimentaria que investigue un restaurante con algunos informes de clientes sobre prácticas

sanitarias deficientes. El inspector de seguridad alimentaria realizará un test de hipótesis para evaluar si no se cumplen las regulaciones. Si decide que el restaurante comete una infracción grave, se revocará su licencia para servir comida.

- a) Escriba las hipótesis en palabras.
- b) ¿Qué es un error tipo I en este contexto?
- c) ¿Qué es un error tipo II en este contexto?
- d) ¿Qué error es más problemático para el dueño del restaurante? ¿Por qué?
- e) ¿Qué error es más problemático para los comensales? ¿Por qué?

**Ejercicio 3.** Dada las siguientes situaciones, identifique las hipótesis nula y alternativa para la hipótesis estadística formulada en cada situación.

1. Un empresario afirma que el peso medio poblacional (en gramos) de lapiceros por caja es de por lo menos 300 gramos.
2. Una empresa decide aceptar envíos de piezas siempre y cuando no tenga evidencia para sospechar que mas del 4% son defectuosas.
3. Supongamos que la conjetura de una profesor es que la utilización de la tecnología no produce diferencias en el promedio de las calificaciones del examen final.
4. Como hipótesis de trabajo, un investigador puede considerar que la propuesta de una nueva ley es acogida de igual forma por hombres y mujeres.
5. Un gerente afirma que la variabilidad en las alturas de las botellas llenadas por cierta máquina es de 0,03 mililitros.

**Ejercicio 4.** Antes de convenir en la compra de un pedido grande de alambres de cierto tipo, una compañía busca evidencia concluyente de que la verdadera desviación estándar del diámetro del alambre es menor de 0,03 milímetros. ¿Cuáles hipótesis deben probarse y por qué? En este contexto, ¿cuáles son los errores tipo I y tipo II?

**Ejercicio 5.** Un fabricante de drogas dice que el tiempo promedio para que se disuelva el contenido de cierta droga es de 50 segundos. El gerente de una empresa de la competencia no cree esto. Por eso hace una prueba con 20 muestras de la droga, obteniendo una disolución promedio de 54 segundos con desvío de 15 segundos. El gerente desea saber si puede concluir que el tiempo promedio necesario que se requiere para que el contenido se disuelva es mayor que 50 segundos. Realizar un test con un nivel de significación de 0,05.

**Ejercicio 6.** En cierto estudio de salud, se reporta que el consumo excesivo de sal puede producir alteraciones en nuestro organismo. Se sabe que las personas necesitan sólo 220 mg de sal por día, lo cual la mayoría de los alimentos que se consumen diariamente lo superan. Si una muestra aleatoria de 20 porciones de cierto alimento tiene un contenido medio de 224 mg de sodio con un desvío de 24,5 mg, ¿sugiere esto que el contenido promedio de sodio para porciones individuales de este tipo de alimento es mayor de 220 mg? Utilice un nivel de significación del 5% para responder la pregunta.

**Ejercicio 7.** De una muestra aleatoria de 802 clientes de supermercados, 378 pagaron sus artículos con tarjetas de crédito. Decida, con un nivel del 10 %, si menos de la mitad de los compradores pagan sus artículos con tarjetas de crédito.

**Ejercicio 8.** Un restaurante de comida rápida planea una oferta especial que permita a los clientes comprar vasos adornado con conocidos personajes de caricaturas. Se ha establecido que si más del 15 % de los clientes compran esos vasos, se implementará la promoción. En una prueba preliminar realizada en varios locales, se obtuvo que 88 de 500 clientes los compraron. ¿Se debe implementar la promoción especial? ¿Cuál es su recomendación?. Lleve a cabo un test de hipótesis que apoye su decisión, usando un nivel de significación del 5 %.

**Ejercicio 9.** Unir los 4 p-valores (I a IV) con la conclusión adecuada (A a D):

- A. Hay evidencia significativa contra la hipótesis nula pero sólo a nivel 10 %
- B. La evidencia significativa contra la hipótesis nula es muy fuerte
- C. No hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula ni siquiera a nivel 10 %.
- D. El resultado es significativo a nivel 5 % pero no a nivel 1 %.

I. 0.0875   II. 0.5457   III. 0.0217   IV. 0.00003

**Ejercicio 10.** Cuando un proceso de producción de bolas de rodamiento funciona correctamente, el peso de las bolas tiene una distribución normal con media 5 gramos y desviación típica 0,1 gramos. Al llevarse a cabo una modificación del proceso, el director de la fábrica sospecha que esto ha incrementado el peso medio de las bolas producidas, sin modificar la desviación típica. Entonces, toma una muestra aleatoria de 16 bolas.

- a) ¿Qué condición deben cumplir los valores del peso medio muestral  $\bar{X}$  para que  $H_0 : \mu = 5$  no se rechace en favor de la alternativa  $H_1 : \mu > 5$  usando un nivel de significación del 5 %?
- b) Determine la probabilidad de que  $H_0$  no sea rechazada si el verdadero peso medio es 5,05 gramos.
- c) Halle la potencia cuando el verdadero peso medio es 5,05 gramos.

**Ejercicio 11.** Con el fin de cumplir las normas establecidas, es importante que la varianza en el porcentaje de impurezas de unas remesas de productos químicos no supere el 4 %. Una muestra aleatoria de 20 envíos evidenció una varianza muestral de 5,62 en el porcentaje de impureza. Al nivel del 10 %, contraste la hipótesis nula de que la varianza en el porcentaje de impurezas no es mayor que 4. Suponga que la distribución de la población es normal.

**Ejercicio 12.** Una fábrica de queso verifica continuamente el nivel de contenido graso de su leche. El porcentaje de grasa no debe desviarse mucho del 2 %. Se obtuvo una muestra de 20 empaques de queso y se registró el porcentaje de grasa en cada uno. Los resultados fueron:

1,85	2,25	2,01	1,90	1,97	1,80	2,05	2,23	1,65	1,86
2,02	2,09	2,04	2,07	2,14	1,93	2,08	2,17	1,91	1,93

- Construya un intervalo de confianza del 95% para la varianza de porcentajes de grasa.
- Haga una prueba con  $\alpha = 0,05$  para determinar si la varianza en los porcentajes de grasa difiere del 2%.

**Ejercicio 13.** Suponga que necesitamos contrastar la hipótesis  $H_0 : \mu = 68$  centímetros contra  $H_1 : \mu > 68$  para las estaturas de niños de una determinada edad fija, con el uso de un nivel de significación de 0,05 y sabiendo que la desviación poblacional es 5. Encuentre el tamaño muestral que se requiere si la potencia de nuestra prueba debe ser 0,95 cuando la media real es 69 centímetros.

**Ejercicio 14.** En una determinada empresa se hace al final de cada mes un inventario completo de los lapiceros que ella fabrica durante ese período. Por razones presupuestales, el jefe de la sección donde se fabrican los lapiceros piensa que se puede ahorrar dinero si se pospone el inventario. Así se selecciona aleatoriamente 1000 lapiceros de producción mensual, probándolos con antelación. Si la evidencia indica que la verdadera proporción de lapiceros defectuosos es menor de 0,02, entonces el inventario se pospondrá.

- Entre los 1000 lapiceros, 15 estaban defectuosos. Pruebe las hipótesis pertinentes y asesore al jefe sobre qué hacer (utilice  $\alpha = 0,05$ ).
- Si la verdadera proporción de lapiceros defectuosos es realmente 0,01, ¿cuál es la probabilidad de que el inventario se realice innecesariamente?
- Si la verdadera proporción es 0,05, ¿cuál es la probabilidad de que el inventario se posponga?