

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (C)

Primer Parcial

4 Octubre 2024

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5	Calificación

NOMBRE Y APELLIDO: _____

LIBRETA: _____

- Tiene **cuatro horas** para realizar el examen.
- Para aprobar, se requiere un mínimo de 60 puntos y 1 ejercicio bien completo.
- Recuerde justificar todas sus respuestas.

Ejercicio 1. (20 ptos.) Consideremos el siguiente experimento aleatorio: tenemos 2 dados. Uno de 6 caras, con números del 1 al 6, y otro de 4 caras, con números del 1 al 4, ambos equilibrados. Realizamos 2 tiradas. La primera con el dado de 6 caras. Antes de hacer el segundo lanzamiento, arrojamus una moneda balanceada. Si sale cara, lanzamos el dado de 6 caras. En caso contrario, lanzamos el dado de 4 caras.

- a) (10 ptos.) Hallar la probabilidad de que la suma de los resultados de las dos tiradas sea 10.
- b) (10 ptos.) Suponiendo que la suma de los resultados de ambas tiradas dió 10. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya usado el dado de 4 caras en la segunda tirada?

Ejercicio 2. (20 ptos.) Un grupo de amigas cultiva lavanda agroecológica a las afueras de Mar del Plata y con la misma fabrican perfuminas, oleos y desinfectantes. La altura en centímetros que alcanzan los arbustos de lavanda al momento de ser cortados es una variable aleatoria X con distribución normal. Se sabe que la probabilidad de que un arbusto al momento de ser cortado mida más de 70 *cm* es igual a la probabilidad de que mida menos de 74 *cm*, que es igual a 0.8. Además, se puede asumir que el crecimiento de un arbusto no interfiere en el de otro.

- a) (13 ptos.) Calcular la esperanza y la varianza de X .
- b) (7 ptos.) Si se cortan cuatro arbustos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno mida menos de 72 *cm*?
-

Ejercicio 3. (20 pts.) Sea (X, Y) un vector aleatorio cuya función de densidad conjunta viene dada por

$$f_{XY}(x, y) = 6(1 + x - y) I_T(x, y),$$

donde $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1 + x\}$.

- a) (10 pts.) Hallar las funciones de densidad marginales $f_X(x)$ y $f_Y(y)$.
 - b) (4 pts.) ¿Son X e Y independientes?
 - c) (6 pts.) Calcular $P\left(X \leq -\frac{1}{2} \mid Y = \frac{1}{3}\right)$.
-

Ejercicio 4. (20 pts.) La cantidad de personas de una familia que ingresa al parque de diversiones “Felicidad” es una variable aleatoria que puede valer 3, 4 ó 5 con probabilidades respectivas 0.5, 0.4 y 0.1.

- a) (10 pts.) Hallar la media y la varianza de la cantidad de personas de una familia que ingresa al parque de diversiones “Felicidad”.
 - b) (10 pts.) Si un día determinado, ingresaron en forma independiente 125 familias al parque, calcular **APROXIMADAMENTE** la probabilidad de que hayan ingresado menos de 455 personas.
-

Ejercicio 5. (20 pts.) Sea $Z \sim N(0, 1)$ y sean $a, b \in \mathbb{R}$, con $a > 0$.

- a) (10 pts.) Probar que la variable aleatoria $X = aZ + b$ también sigue una distribución normal.
 - b) (5 pts.) ¿Cuáles son los parámetros μ y σ^2 de la normal hallada en a)?
 - c) (5 pts.) ¿Qué pasa si $a < 0$?
-