

Ejercicio para entregar

Análisis avanzado

Esta es una entrega **optativa** de un ejercicio para que les corriamos. Quienes quieran, pueden resolver el próximo ejercicio en **grupos de no menos de 3 personas** para entregar con fecha límite el día martes 27 de mayo y que se les corrija.

Ejercicio 1 Sean (E, d) y (E', d') dos espacios métricos. Sea $f : E \rightarrow E'$ una función continua y sea $(K_l)_{l \in \mathbb{N}}$ una sucesión de subconjuntos compactos de E que cumplen que $K_{l+1} \subseteq K_l$ para todo número natural l . Probar que $f(\cap_{l=1}^{\infty} K_l) = \cap_{l=1}^{\infty} f(K_l)$.

Ejercicio 2 Consideremos el espacio métrico $E = l^\infty(\mathbb{R})$ de sucesiones acotadas de números reales con la métrica $d_\infty((x_n)_{n \in \mathbb{N}}, (y_n)_{n \in \mathbb{N}}) = \sup_{n \in \mathbb{N}} |x_n - y_n|$. Se definen las funciones f, g y h del siguiente modo:

$$\begin{aligned} f : l^\infty(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x_n)_{n \in \mathbb{N}} &\longmapsto \sup\{x_n - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\} \\ g : l^\infty(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x_n)_{n \in \mathbb{N}} &\longmapsto x_1 + x_2 \\ h : l^\infty(\mathbb{R}) &\longrightarrow l^\infty(\mathbb{R}) \\ (x_n)_{n \in \mathbb{N}} &\longmapsto (x_n^2)_{n \in \mathbb{N}} \end{aligned}$$

- Probar que f y h están bien definidas.
 - Decidir si las tres funciones son o no continuas y uniformemente continuas.
-