

LÓGICA Y COMPUTABILIDAD

Primer Cuatrimestre – 2024

Práctica 7 – Programas en \mathcal{S}

Nota Para resolver los ejercicios de esta práctica sirve reutilizar código previamente escrito vía macros para mayor brevedad y/o claridad de los programas.

1. Escribir programas en \mathcal{S} que calculen las funciones

$$\text{suma}(x_1, x_2) = x_1 + x_2, \quad \text{prod}(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2, \quad \text{exp}(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$$

y la función vacía k -aria $\emptyset : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $\emptyset(x_1, \dots, x_n) = \uparrow$.

2. Escribir programas en \mathcal{S} que calculen los predicados

$$\text{igual}(x_1, x_2), \quad \text{distinto}(x_1, x_2), \quad \text{mayor}(x_1, x_2) \quad \text{y} \quad \text{menor}(x_1, x_2)$$

definidos en el sentido usual.

3. Escribir programas en \mathcal{S} que calculen los predicados (parciales)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par,} \\ 0 & \text{si } x \text{ es impar,} \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par,} \\ \uparrow & \text{si } x \text{ es impar.} \end{cases}$$

4. Escribir un programa en \mathcal{S} que compute la función $f(x) = \max\{n \in \mathbb{N} : 2n \leq x\}$.

5. Notando $[r]$ a la parte entera de $r \in \mathbb{R}$, escribir programas en \mathcal{S} que computen

$$f(x) = \lceil \sqrt{x} \rceil \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} \lceil \log_2 x \rceil & \text{si } x \neq 0, \\ \uparrow & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

6. Escribir programas en \mathcal{S} que calculen la última y la primera cifra de un número.

7. Para cada $x \in \mathbb{N}$ se define una sucesión $(a_n)_n \subset \mathbb{N}$ tomando

$$a_1 = x \quad \text{y} \quad a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & \text{si } a_n \text{ es impar,} \\ a_n/2 & \text{si } a_n \text{ es par.} \end{cases}$$

Escribir un programa en \mathcal{S} para computar la función $f(x)$ que calcula el primer valor de n para el cual $a_n = 1$. ¿Es verdad que $f(x) \leq x$?

8. Repetir el ejercicio anterior para $(a_n)_n$ definida por

$$a_1 = x \quad \text{y} \quad a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & \text{si } a_n \text{ es impar,} \\ a_n/2 & \text{si } a_n \text{ es par.} \end{cases}$$

9. Escribir un programa en \mathcal{S} que compute la función que al par de números x, y le asigna el menor valor de n tal que las últimas tres cifras de x^n son y . Si y tiene más de tres cifras o si no hay ninguna potencia de x que verifique la condición anterior, entonces el programa no termina. ¿Es posible analizar cuáles son los valores de x e y que hacen que el programa no termine?