

FCEN (UBA) - Matemática I (B)

Ejercicios de repaso - Turno Noche

1. a) Hallar todos los números complejos tales que

$$z^2 + 2\bar{z}^2 + z - \bar{z} + 9 = 0$$

- b) La cantidad de soluciones de $z^5 = 3 + \sqrt{3}i$ con parte imaginaria positiva es:

- (a) 1 solución (b) 2 soluciones (c) 3 soluciones
 (d) 4 soluciones (e) 5 soluciones (f) otra
-

2. Los cambios de estado de una especie de un año a otro está regido por el siguiente comportamiento entre tres estados posibles:

$$\begin{pmatrix} E1(t+1) \\ E2(t+1) \\ E3(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 & 0 \\ 3/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 0 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E1(t) \\ E2(t) \\ E3(t) \end{pmatrix}$$

- i) Determinar todos los estados de equilibrio del sistema.
ii) Si la distribución inicial de una población de 300 especímenes es por partes iguales en cada estado, ¿Cómo será al cabo de 5 años? ¿y al cabo de 20 años?
iii) ¿Podría establecer como será la distribución límite cualquiera sea la distribución inicial de los 300 especímenes?
-

3. Un grupo de amigos quieren merendar en la confitería giratoria del cerro Otto y han decidido para ello llegar hasta ahí escalando en vez de usar el teleférico. Como son aventureros no han utilizado la senda señalizada sino que van forjando su propio camino. Saben que la topografía del cerro se asemeja al gráfico de $f(x, y) = 300 e^{\frac{x^2+2y^2}{100}}$. Están parados en el punto $(10, 10, f(10, 10))$.

- i) Uno de ellos propone moverse en la dirección del vector $u = (1, -1)$ porque dice que así van a ascender. ¿Esto es así?
ii) ¿Cuál debería ser la dirección a tomar para ascender más rápido?, ¿Con que pendiente lo harían?
-

4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función infinitamente derivable tal que su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0 = 0$ es $x^2 - 2x + 1$. Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0 = 1$ para la función $g(x) = (x + 1)f(x^2 - 1)$.