

Programa:

I. Vectores y matrices

- **Vectores y números complejos:** Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 (repass). Representación gráfica. Suma y producto por escalares. Norma de un vector y distancia entre puntos. Producto escalar y ortogonalidad; ángulo entre vectores. Producto vectorial en \mathbb{R}^3 ; interpretación geométrica. Números complejos. Forma binómica. Representación en el plano. Igualdad. Operaciones: suma y producto. Conjugado. Módulo. Inverso. Ecuaciones cuadráticas con coeficientes en \mathbb{R} . Argumento de un número complejo. Forma polar o trigonométrica. Notación exponencial. Teorema de De Moivre. Interpretación geométrica del producto de números complejos. Raíces n-ésimas de un número complejo.
- **Sistemas lineales y matrices:** Método de eliminación de Gauss para resolver sistemas de ecuaciones lineales (repass). Rango de una matriz. Álgebra matricial: suma de matrices y producto de una matriz por un escalar, producto de matrices. Matrices inversibles. Determinantes. Fórmulas para matrices de 2×2 y 3×3 . Desarrollo del determinante por una fila o una columna. Inversibilidad y determinantes. Autovalores y autovectores de matrices de $n \times n$. Interpretación geométrica. Polinomio característico. Diagonalización de matrices reales sobre \mathbb{R} y sobre \mathbb{C} . Aplicación: cálculo de potencias de matrices y potencias de matrices por vectores.

II. Cálculo diferencial

- **Funciones de 2 y 3 variables:** Repaso del cálculo diferencial en una variable: derivada, recta tangente y reglas de derivación. Funciones de una variable a valores vectoriales, su dominio, la derivada y su interpretación geométrica y física. Funciones de 2 y 3 variables a valores escalares. Dominio. Representación gráfica. Curvas de nivel y superficies de nivel
- **Diferenciación de funciones de 2 y 3 variables:** Derivadas parciales. Gradiente. Plano tangente al gráfico de una función. Identificación geométrica de funciones diferenciables. Funciones que tienen plano tangente. Regla de la cadena para composición de funciones de 2 y 3 variables cuya composición sea una función de una variable a valores escalares. Derivadas direccionales y su relación lineal con el gradiente. Dirección de más rápido crecimiento. Ortogonalidad del gradiente con respecto a los conjuntos de nivel. Interpretación geométrica de estos conceptos.
- **Aproximación por polinomios:** Polinomio de Taylor de funciones de una variable. Error. Derivadas parciales de orden 2 y 3. Aproximación lineal y polinomios de Taylor de orden 2 de funciones de 2 y 3 variables.
- **Extremos:** Repaso de extremos en una variable: puntos críticos, crecimiento y decrecimiento, criterio de la derivada segunda, extremos locales y extremos absolutos en intervalos cerrados y acotados. Teorema de Fermat para funciones de varias variables. Puntos críticos, máximos y mínimos locales y globales. Criterio del Hessiano. Extremos absolutos en regiones sencillas de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 encerradas entre gráficos de funciones.

III – Ecuaciones diferenciales

- **Ecuaciones diferenciales de primer orden:** Introducción a las ecuaciones diferenciales y ejemplos provenientes de la biología (en una variable, crecimiento de una población, etc.). Enunciado del teorema de existencia y unicidad de solución para ecuaciones de orden 1 y funciones de clase C^1 . Repaso de cálculo de primitivas e integrales definidas. Métodos de resolución para ecuaciones de orden 1: separación de variables, ecuaciones homogéneas. Resolución de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes homogéneas y no homogéneas. Transformación de Bernoulli. Análisis asintótico en una dimensión tanto para ecuaciones lineales como no lineales. Aplicaciones (por ejemplo, modelo de Malthus de crecimiento de poblaciones y modelo logístico de Verhulst sin y con recolección).
- **Sistemas de ecuaciones lineales de primer orden y ecuaciones de orden 2:** Sistemas lineales homogéneos de orden 1 y dimensión 2 o 3 con coeficientes constantes dados por matrices diagonalizables: resolución y diagrama de fases. Resolución de ecuaciones lineales de segundo orden con coeficientes constantes homogéneas (incluso para el caso de polinomio característico con raíces múltiples, proponiendo la base de soluciones) y no homogéneas (variación de los parámetros). Aplicaciones (por ejemplo, el oscilador armónico, con amortiguamiento y forzado).
- **Sistemas de ecuaciones no lineales de primer orden:** Sistemas de ecuaciones no lineales provenientes de la biología (por ejemplo, modelos competencia de especies de tipo Lotka Volterra, modelos SIR de enfermedades infecciosas, cinética de acción de masas, etc.). Puntos de equilibrio. Linealización. Enunciado de los resultados de aproximación del comportamiento asintótico cerca de un punto de equilibrio (Teorema de Hartman Grobman). Análisis asintótico cerca de los puntos de equilibrio de los ejemplos enunciados anteriormente.

Bibliografía:

- Álgebra lineal, S. Lipschutz. 2da. ed. McGraw-Hill, 1991.
- Álgebra lineal. S. Grossman. 6ta. Edición. McGraw Hill, 2008.
- Cálculo. Conceptos y contextos. J. Stewart. Tercera edición. Thomson, 2006.
- Cálculo de varias variables: Trascendentes tempranas. J. Stewart. Séptima Edición. Cengage Learning. 2012.
- Calculus for Biology and Medicine. C. Neuhauser. Third edition. Pearson, 2010.
- Mathematical Biology: I. An Introduction. J.D. Murray. Third Edition. Springer, 2002.
- Mathematical Models in Biology. L. Edelstein-Keshet. SIAM's Classics in Applied Mathematics 46. SIAM, 2005.
- Álgebra Lineal y sus Aplicaciones de David C. Lay
- Matemáticas para ciencias. Claudia Neuhauser. Prentice Hall. 2004.