1. Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra aleatoria (m.a.) de una distribución

   - $Bi(1, \theta)$, $0 < \theta < 1$.
   - $\mathcal{P}(\theta)$, $\theta > 0$.
   - $\mathcal{E}(\theta)$, $\theta > 0$.
   - $\mathcal{G}(\theta)$, $0 < \theta < 1$.
   - $\mathcal{U}[0, \theta]$, $0 < \theta$.
   - $\mathcal{N}(\theta, 1)$, $\theta \in \mathbb{R}$.

   En cada uno de estos casos, encontrar el estimador de máxima verosimilitud (EMV) de θ.

2. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución exponencial corrida, cuya densidad es

$$f(x) = e^{-(x-\theta)} 1_{[\theta,\infty)}(x).$$

   Encontrar el EMV de θ.

3. Sea $X_1, ..., X_n$ una m.a. de una distribución discreta Y a valores $y_1, \ldots, y_k$ con probabilidad $p_1, \ldots, p_k$, respectivamente.

   a) Obtener el EMV para los valores $p_1, \ldots, p_k$ en el caso en que $p_1 > 0, \ldots, p_k > 0$ y en la muestra se observaron todos los valores posibles de Y.

   b) ¿Podría suceder que se observara el valor y_1 en la muestra y que p_1 sea 0?

   c) Supóngase que y_1 no fue observado en la muestra, mientras que sí fueron observados los valores restantes. Obtener el EMV para los valores $p_1, \ldots, p_k$ en el caso en que $p_1 \geq 0, p_2 > 0, \ldots, p_k > 0$.

   d) Concluir para el caso en que $p_1 \geq 0, \ldots, p_k \geq 0$ que los estimadores son

$$\widehat{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbb{1}_{\{y_j\}}(X_i)}{n} = \frac{\#\{i : X_i = y_j\}}{n}$$

   para $j = 1, \ldots, n$.