PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA (C)

Adicional Prácticas 2 y 3 (para resolver usando R u otro software)

1. **Simulación del lanzamiento de una moneda equilibrada**. Programar un algoritmo que repita el experimento consistente en arrojar una moneda equilibrada una cantidad n de veces, para diferentes valores de n. Calcular en cada caso la frecuencia relativa del suceso A=cara. ¿Qué observa?

   A modo de ejemplo, se presenta una manera simple de realizar este cálculo en R para $n = 1000$. En este caso, se ha asignado un 1 al suceso A y un 0 al suceso A^c.

   ```
   frecuencia.relativa<- mean(sample(c(0,1),1000,T))
   ```

2. Graficar el diagrama de barras correspondiente a una distribución binomial para los siguientes valores de n y p. Interpretar los gráficos.

n	p	p	p
5	0.5	0.9	0.1
6	0.5	0.9	0.1
10	0.5	0.9	0.1
50	0.5	0.9	0.1

3. Graficar el diagrama de barras correspondiente a una distribución Poisson de parámetro λ para λ =0.1, 0.5, 1, 5, 10. Interpretar los gráficos.

4. Elegir n y p adecuados para que una variable aleatoria $X \sim Bi(n, p)$ tenga un diagrama de barras similar al de una variable $Y \sim \mathcal{P}(5)$. Graficar el diagrama de barras de X y comparar con el obtenido en el ejercicio anterior para $\lambda = 5$.

5. Graficar la función de densidad de la variable aleatoria $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$ para diferentes valores de α y λ. Sacar conclusiones:

   Si fijamos λ, ¿cómo varía la forma de la densidad al variar α?

   Y al revés, ¿qué papel juega λ?

6. Hacer el Ejercicio 24 de la Práctica 3, generando muestras de distintos tamaños. Para cada muestra obtenida realizar un histograma de frecuencias. Observar cómo evoluciona el histograma a medida que el tamaño de la muestra aumenta. Sacar conclusiones.

7. Decimos que X tiene distribución Cauchy si su función de densidad está dada por

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1 + x^2)} \tag{1}$$

   a) Realizar un gráfico de la densidad Cauchy y describir sus características más relevantes.

b) Programar un algoritmo que genere, a partir de la distribución uniforme, números aleatorios con distribución Cauchy y que, a medida que va generando los números vaya calculando los promedios $\overline{X}_n$. ¿A qué tiende $\overline{X}_n$ cuando $n \to +\infty$?.

c) Calcular la esperanza de X cuando su densidad está dada por (1).

8. **Huffman encoding** . Este ejercicio intenta estudiar el proceso de compresión de archivos. Supongamos que queremos comprimir un archivo de longitud 100 caracteres, cada uno de los cuales toma el valor A, B, C ó D. Las probabilidades de ocurrencia de cada uno de estos caracteres son p_A =0.70, p_B =0.12, p_C =0.10 y p_D =0.08. Para ahorrar espacio se decide representar estos caracteres según la siguiente tabla basada en el código de Huffman.

Letra	Código
A	1
B	00
C	011
D	010

a) Programar un algoritmo que genere un archivo con estas características.

b) Programar un algoritmo que repita n (n grande) veces el algoritmo anterior y que para cada una de las replicaciones calcule la cantidad de bits que ocupa el archivo comprimido. Realizar un histograma de frecuencias con la salida del algoritmo.

c) ¿Qué conclusiones saca?