UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemática

Tesis de Licenciatura

Originación y logística en los agronegocios

Pablo Watfi
pablowatfi@gmail.com

Director: PhD Nicolás Stier Moses

28 de Octubre de 2014

A Lila.

"...que si extraje las mieles o la hiel de las cosas,
fue porque en ellas puse hiel o mieles sabrosas:
cuando planté rosales, coseché siempre rosas..."

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Resumen

Desarrollamos e implementamos un modelo que maximiza las ganancias de una empresa que provee un servicio de intermediación de granos entre los productores y molinos o exportadores de estos commodities. La motivación surge debido a la gran importancia que tienen este tipo de empresas en nuestro país. Los productores, molinos y exportadores están distribuidos en una red y se relacionan con la empresa mediante contratos para la entrega y retiro de granos durante la temporada de comercialización. La empresa además, posee depósitos donde alojar esta mecadería. La temporada comienza con una serie de contratos de compra y venta previamente firmados, y el objetivo es maximizar sus ganancias satisfaciendo los contratos ya firmados, pudiendo incluso incorporar nuevas operaciones. Sujeto a ciertas condiciones realistas para las capacidades, el uso de la red y los costos de traslado, identificamos la política óptima de compras-ventas, transportes y almacenamientos, como la solución de un problema de optimización donde se maximizan los ingresos. Lo codificamos como un problema de Flujo de Mínimo Costo temporalmente expandido, en una red que captura la geografía y los tiempos de ejecución. Mostramos una serie de ejemplos numéricos que evidencian la eficiencia de la herramienta cuando se utiliza en conjunto la planificación financiera con la logística.

Palabras clave. Agricultura, Logística, Finanzas, Flujo de Mínimo Costo.

Abstract

We develop and implement a model for a profit maximizing firm that provides an intermediation service between commodity producers and commodity end-users. We are motivated by the grain intermediation business at Los Grobo ?one of the largest commodity-trading firms in South America. Producers and end-users are distributed over a realistic spatial network and trade with the firm through contracts for delivery of grain during the marketing season. The firm owns spatially-distributed storage facilities, and begins the marketing season with a portfolio of prearranged purchase and sale contracts with upstream and downstream counterparts. The firm aims to maximize profits while satisfying all previous commitments, possibly through the execution of new transactions. Under realistic constraints for capacities, network structure and shipping costs, we identify the optimal trading, storing and shipping policy for the firm as the solution of a profit-maximizing optimization problem, encoded as a minimum cost flow problem in a time-expanded network that captures both geography and time. We perform extensive numerical examples and show significant efficiency gains derived from the joint planning of logistics and trading.

Keywords. Agriculture, Commodities, Logistics, Finance, Network Flow Problems.

Capítulo 1

Introducción

La estructura de mercado de los agronegocios y su cadena logística, no es estática. Por el contrario, hace unos años viene sufriendo grandes cambios. El perfil del típico participante del mercado fue modificándose de empresas familiares, independientes y de pequeña escala, a empresas más grandes donde se alinean los procesos de producción y distribución a la cadena de valor (Boehlje 1999). El comercio de intermediación de granos en la Argentina, fue aumentando su escala y complejidad y, aunque el grado de tecnificación en el rubro es elevado, muchas decisiones operativas relacionadas al sector todavía se realizan sin ayuda de ningún tipo de herramienta de programación matemática. Este trabajo es un paso adelante en esa dirección. Introducimos un modelo para optimizar la logística de una empresa argentina (de ahora en más La Empresa) que produce, compra, almacena, traslada y vende granos de soja usando contratos de compra-venta que se ejecutan a lo largo del año.

En los últimos años una empresa importante del sector exportó 1.3 millones de toneladas de soja anuales. Esto es equivalente a programar 46.000 viajes de camiones completos para transporte. El costo de transportar una tonelada de soja al promedio de la distancia entre los orígenes y destinos (300 km) es de \$214. Así, si multiplicamos este monto por la cantidad estimada de toneladas comercializadas, tenemos \$278 millones de costo de transportes. Todavía quedaría sumarle los costos de procesos y almacenamiento.

El modelo está orientado al comercio de granos de soja, aunque puede ser igualmente utilizado para otros tipos de granos, e incluso adapatarse a un modelo multigranos (soja + maíz + sorgo + etc).

La agricultura es una de las ramas en la que los modelos de gestión de operaciones se comenzaron a usar con gran éxito. Y aunque la cantidad de publicaciones en el rubro ha declinado levemente en los últimos años (Weintraub and Romero 2006), el uso de esta herramienta ha aumentado, principalmente debido al desarrollo de software comercial dedicado al tema.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma: En el capítulo 2 veremos una introducción al mercado de granos donde destacaremos los aspectos más importantes del rubro, y podremos ver la complejidad del mismo. En el capítulo 3 mostraremos algunos ejemplos y varias de las herramientas que luego usaremos para el desarrollo del modelo. También algunos trabajos existentes en la literatura que se relacionan con éste. En el 4to se describirá el problema y mostraremos el modelo que planteamos para la resolución. También demostraremos algunos resultados que sustentan el desarrollo del modelo que proponemos. En el capítulo siguiente expondremos dos extensiones del modelo descripto, y otras posibles expansiones dependiendo la necesidad. En el capítulo 6 detallaremos un ejemplo de la aplicación del modelo y los resultados obtenidos. Continuando con una serie de ejemplos en el capítulo 7 donde partiendo de un ejemplo sencillo iremos relajando las restricciones hasta llegar al modelo planteado, evidenciando así los beneficios que éste aporta. Finalizaremos con algunas conclusiones en el capítulo final.

Capítulo 2

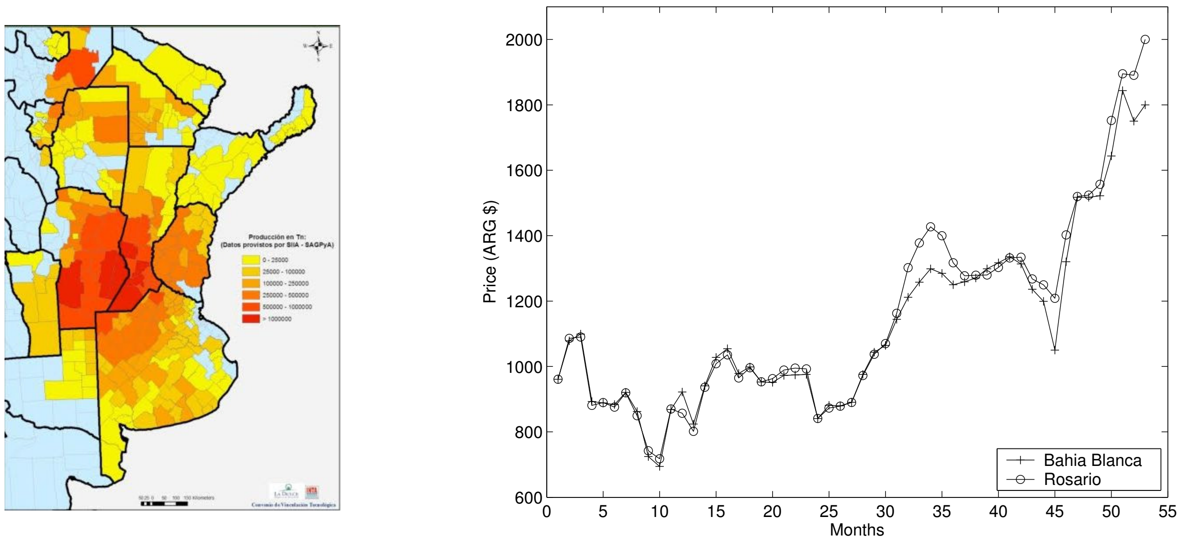
Mercado de granos

Argentina es uno de los productores agrícolas más importantes del mundo. En particular, es el tercer mayor productor mundial de soja con el 19 % de la producción total, detrás de EEUU con 33 % y Brasil con 29 % (American Soybean Association, 2011)[1].

La intermediación de granos sigue un fuerte patrón estacional. La época de siembra de los granos de soja es entre octubre y diciembre, para cosechar entre abril y mayo del año siguiente. La región más importante donde se produce esta oleaginosa se da en lo que se denomina Pampa Húmeda, que comprende parte de las provincias de Buenos Aires, Santa Fe y Córdoba. Como ejemplo, en la Figura 2.1a se muestra la producción de soja de la campaña 2007/2008. Esta región cubre una superficie de unos 605.000 metros cuadrados, y resulta un área muy fértil donde la agricultura ha ganado mucho terreno recientemente. En los últimos años la Pampa Húmeda produjo en promedio 40 millones de toneladas de soja por año (Regunaga 2010) distribuidos en pequeños campos. El campo promedio de la zona tiene una extensión de 560 hectáreas. Sin embargo, en los últimos tiempos se dio una gran concentración de la producción debido al incremento de economías de escala con una gran cantidad de campos rentados a empresas muy competitivas que se especializan en producción a gran escala.

La cadena de la soja se origina en los campos de esta zona y aquí los llamaremos *orígenes* y es donde se produce o se adquieren los granos. Dentro del país el consumo del grano es ínfimo, y la mayor cantidad de lo cosechado se exporta, ya sea en forma de grano o de derivados. Éstas exportaciones se dan mayormente a Europa y Asia, desde distintos puertos que están ubicados al este de la zona pampeana sobre el Océano Atlántico algunos; y otros se encuentran en el márgen del Río Paraná. Hay aproximadamente 10 puertos donde pueden entrar buques transoceánicos, incluyendo los cercanos a las ciudades de Rosario, Buenos Aires y Bahía Blanca. Los puertos, o los molinos donde se fabrican los derivados, los llamaremos *Destinos*. Así, la logística de la soja incluye el transporte de los granos desde los *orígenes* distribuidos geográficamente en la Pampa Húmeda hacia los *Destinos*. Estos transportes se dan desde la cosecha a partir del mes de

[1] www.soystats.com



(a) Producción de soja por regiones en campaña 2007/2008 (toneladas). Fuente: SAGPyA.

(b) Precios Spot de Soja por tonelada en los puertos de Rosario y Bahía Blanca entre Enero 2008 y Mayo 2012.

Figura 2.1: Producción y precios spot de soja en la Argentina

Abril, hasta Agosto. A los envíos a *Destinos* hay que sumarle el posible paso intermedio por las *Plantas* si es que estos *Destinos* se encuentran saturados, los contratos de compra y venta difieren en el tiempo, o los granos tienen mucha humedad[2], y al no poseer la calidad suficiente para ser comercializados, deben ser procesados en las *Plantas*.

Además de la dimensión logística del problema, la intermediación de granos tiene una gran variedad de acuerdos contractuales. Una transacción *spot* se define como la compra o venta de un determinado commodity[3] para ser entregado *inmediatamente* en un determinado lugar. Los términos de estos contratos deben especificar ciertas características que tienen que tener los granos comercializados, como el nivel de humedad aceptado, calidad, etc. En general, las empresas intermediarias usan estos tipos de contratos de forma rutinaria, aunque son más frecuentes los contratos a ejecutar en el futuro. Los contratos *forwards* (Geman 2009) permiten a las partes comprar o vender una cantidad fija de un determinado commodity, para ser entregado en un momento en el futuro, a un precio especificado en el contrato. El precio forward $f(t,T)$ es el precio al que el comprador acepta comprar el producto al vendedor en el tiempo t, para la

[2]Los contratos especifican un máximo nivel de humedad permitido y calidad de grano para ser comercializado. El estándar que se utiliza se denomina *Condición Cámara*.

[3]Commodity: bien que es producido en masa por el hombre, o del cual existen enormes cantidades disponibles en la naturaleza, que tiene valor o utilidad y un muy bajo nivel de diferenciación o especialización. Los granos de soja o trigo entran dentro de esta clasificación.

entrega y el pago simultáneo de ese producto en el tiempo T. Este tipo de contratos *forwards* son negociados entre privados, y así se puede pactar la entrega en destinos arbitrarios. Los contratos de tipo *futuros* son muy similares a los anteriores y se negocian en mercados como el ROFEX (Rosario), para la entrega física del producto en las cercanías del puerto de Rosario. Los precios de los contratos *forward* son muy similares a los de los *futuros*.

Los precios *forward* y *futuros* para entrega en distintos puertos o fábricas en diferentes períodos en el tiempo quedan relacionados por ciertas restricciones de arbitraje[4] que se basan en la posibilidad de conservar y/o transportar los granos en diferentes períodos y así explotar las diferencias de precios entre los contratos.

De esta forma, los precios futuros en todos los puertos o fábricas tienden a fluctuar en la misma dirección y en similar monto. No obstante, la presencia de fricciones y costos en la ejecución del arbitraje implica que esta correlación no es perfecta. Por ejemplo, las cosechas en el sector norte y el sector sur de la Argentina no se dan en el mismo momento, así el norte y el sur no reciben la misma cantidad de granos en los mismos momentos. Esto hace que los precios *Forward* en esos destinos, influenciados por la demanda local, varíen con respecto al otro.

La Figura 2.1b muestra los precios spot de la soja, con una frecuencia mensual entre 2008 y 2012, en dos puertos importantes, Rosario y Bahía Blanca. Los precios en estos destinos son muy parejos en general, sin embargo hay períodos en los que la diferencia se hace mucho más notoria.

[4]En finanzas *arbitraje* se le llama a la práctica de tomar ventaja de una diferencia de precio.

Capítulo 3

Marco teórico y herramientas

Previo a la descripción del problema de la Empresa, daremos algunas definiciones y consideraciones generales teóricas que serán las herramientas que luego usaremos para la resolución del problema. Veremos el Problema de flujo de mínimo costo con algunas de sus aplicaciones. Y dado que en nuestro problema la dimensión temporal es de vital importancia, mostraremos algunos ejemplos de Flujos dinámicos. Para finalmente describir algunas características del lenguaje con el que realizamos la programación del modelo y comentar brevemente la literatura relacionada con nuestro problema.

3.1. Problema de flujo de mínimo costo

Los problemas de flujo de mínimo costo (Ahuja et al. 1993) tienen diversas aplicaciones, entre otras, la planificación de proyectos, reemplazo de equipamiento, planificación de la producción, optimización logística, redondeo para censos, etc. Dado que el problema de flujo de mínimo costo es un problema de programación lineal, una manera de resolverlo es usar el algoritmo simplex.

Veamos la notación y algunas definiciones que utilizaremos más adelante.

Sea $G = (N, A)$ un grafo dirigido con una función de costo c_{ij} y capacidades u_{ij} para cada arco $(i, j) \in A$. Asociamos a cada nodo $i \in N$ un número $b(i)$ que es la demanda o la oferta en cada uno ($b(i) \geqslant 0$ si es oferta y $b(i) \leqslant 0$ si es demanda) Entonces el problema estándar de Flujo de Mínimo Costo se puede plantear de la siguiente manera:

$$Minimizar \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} \tag{3.1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji} = b(i); \forall i \in N, \tag{3.2}$$

$$0 \leqslant x_{ij} \leqslant u_{ij}; \forall (i,j) \in A. \tag{3.3}$$

Para que este planteo tenga solución se deben satisfacer ciertas condiciones.

Una condicición muy importante para que tenga solución factible es que la suma de la oferta y demanda de todos los nodos sea igual cero. Es decir,

$$\sum_{i \in N} b(i) = 0 \tag{3.4}$$

Otra condición para que el planteo tenga solución es que los costos $c_{ij} \geqslant 0; \forall i, j$[1].

Si se cumplen estas condiciones, se puede encontrar una solución al problema de flujo de mínimo costo usando el algortimo simplex.

3.1.1. Aplicaciones - Problema del transporte

Las aplicaciones de este tipo de problemas surgen en muchas industrias, inlcuyendo la automotriz, agricultura, comunicaciones, defensa, educación, energía, salud, ventas, de producción y transporte. A continuación describimos un ejemplo independiente de la tesis pero que constituye una de las aplicaciones clásicas, que es el llamado *Problema del transporte*.

Una marca de automóviles tiene varias plantas de producción, donde en cada una se producen varios modelos de automóviles que luego tiene que transportar a las distintas concesionarias, donde se venden. Cada concesionaria requiere una cantidad de cada uno de los modelos. La marca debe determinar el plan de producción por planta y modelo, y luego el transporte hacia las concesionarias; con el fin de tener el mínimo costo posible.

Este modelo tiene diferentes tipos de nodos:

- *Nodos plantas* (p_i)*:* representan las plantas donde se fabrican los automóviles
- *Nodos modelos en plantas* (p_i/m_j)*:* representan los modelos que puede producir cada planta
- *Nodos modelos en concesionarias* (c_k/m_j)*:* representan los modelos que demandan las concesionarias para la venta
- *Nodos concesionarias* (c_k)*:* representan los lugares donde se venden los automóviles

La red tiene 3 tipos de arcos:

- Arcos de producción: conectan los *nodos plantas* con los *nodos modelos en plantas*. El costo del arco define el costo de producir ese modelo en esa planta en particular. Estos arcos podrían tener mínimos y máximos dependiendo de la capacidad de cada planta de producción.

[1] Basta con que el costo de todos los ciclos sea $\geqslant 0$

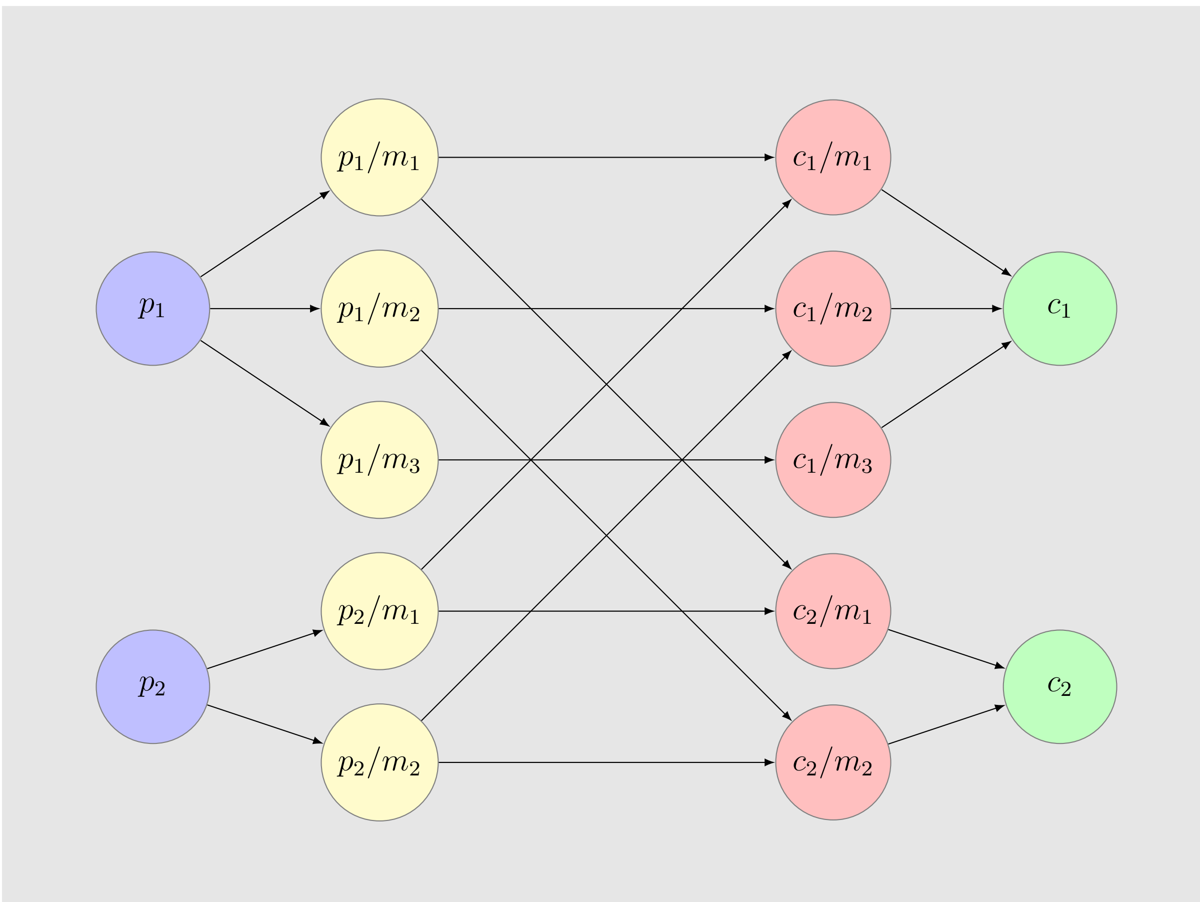


Figura 3.1: Problema clásico del transporte para una fábrica de automóviles, donde se incluyen los costos de fabricación de los diferentes modelos

- Arcos de transporte: conectan los *nodos modelos en plantas* con los *nodos modelos en concesionarias*. El costo de estos arcos representa el costo de transporte entre la planta y la concesionaria en cuestión. De la misma forma, pueden tener mínimos y máximos dependiendo de los contratos que tenga la marca con la empresa de transportes.

- Arcos de demanda: conectan los *nodos modelos en concesionarias* con los *nodos concesionaria*. Éstos tienen costo cero y una cota inferior que representa la demanda del modelo para cada concesionaria.

En la Figura 3.1 se observa el planteo del problema para dos plantas de producción, dos concesionarias y tres modelos de automóviles.

Claramente, este ejemplo se puede plantear como un Problema de Flujo de Mínimo Costo. Además verifica las condiciones para que tenga solución factible. Con lo cual, el problema encuentra el óptimo para la fabricación y el transporte de la marca de automóviles.

3.2. Flujos dinámicos

Los problemas estáticos, es decir, los que no involucran una dimensión temporal, resuelven una gran cantidad de situaciones y tienen una variedad de aplicaciones diversas. Sin embargo, existen otras aplicaciones como: la agenda de trabajo para los empleados de una empresa de producción continua o problemas que involucran el stock remanente de un período a otro, donde el paso de tiempo es un ingrediente esencial. En estas instancias, para contabilizar la evolución del sistema a lo largo del tiempo, necesitamos usar flujos en redes con tiempo expandido (Ahuja et al. 1993).

Aunque depende de cada problema, podemos pensar esta nueva red, como la composición de múltiples copias de la red estática, una para cada período considerado. Interpretándose esto como la foto del modelo para ese instante del tiempo dado. Cada capa estará conectada con la anterior temporalmente, representando el paso del tiempo para esa capa en particular. Dado que ahora cada nodo tiene asociado un momento del tiempo, nos referimos a estas nuevas redes dinámicas, como redes con tiempo expandido. Entonces, un problema de flujo *dinámico* resulta una variante del problema de flujo estático. Estos modelos surgen en varios tipos de problemas como la producción y distribución de productos, el planeamiento económico, sistemas energéticos y sistemas de evacuación de edificios.

Para ejemplificar, si tuviéramos que resolver un problema de flujo máximo, tendríamos que maximizar el número de *unidades* trasladadas por la red desde s a t *por unidad de tiempo* satisfaciendo las capacidades de los arcos, digamos u_{ij}. En el problema de flujo dinámico tenemos que maximizar el flujo de *unidades* enviadas desde s a t en p

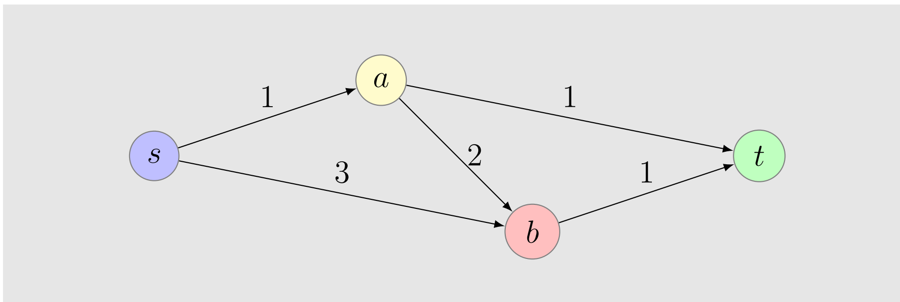


Figura 3.2: Red G para el traslado de unidades entre s y t, donde en cada arco está rotulado el tiempo de tránsito τ_{ij} entre cada nodo

períodos consecutivos satisfaciendo también las capacidades u_{ij} y el tiempo de traslado entre cada nodo τ_{ij}. En otras palabras, el problema de máximo flujo determina el máximo flujo *estático* por unidad de tiempo entre dos nodos, así podemos llamar a este problema *Problema de flujo estático*. Por otro lado, el problema de flujo máximo dinámico maximiza el flujo total (transitorio) que podemos enviar entre dos nodos para un determinado período.

Veamos con un ejemplo como adaptar un problema dinámico a uno estático con tiempo expandido. La Figura 3.2 muestra el diagrama de flujo para el traslado de s a t en una red dinámica, con el tiempo de transporte entre cada nodo.

En la Figura 3.3 se muestra como podemos transformar el problema de máximo flujo dinámico en una nueva red $G^p = (N^p, A^p)$ que sería la réplica con *tiempo expandido* de G (Figura 3.2) para $p = 6$ (6 períodos).

Para una red inicial $G = (N, A)$, formamos la nueva red G^p como sigue:

- Nodos: generamos p copias $i_1, i_2, ..., i_p$ de cada nodo i. El nodo i_k representa el estado del nodo i en el período k.

- Arcos: incluímos arcos que unen (i_k, j_l) de capacidad u_{ij} en la red de tiempo expandido cada vez que el $(i, j) \in A$ y $l - k = \tau_{ij}$; donde ese arco (i_k, j_l) en la nueva red representa el traslado potencial de unidades entre el nodo i al nodo j en tiempo τ_{ij}. Si se pudiera conservar unidades en algún nodo i entre el período $j - 1$ a j, se agrega el arco (i_{j-1}, i_j)

Planteado de esta forma es fácil ver que cualquier flujo estático en G^p partiendo de los nodos iniciales $s_1, s_2, ..., s_p$ a los nodos terminales $t_1, t_2, ..., t_p$ es equivalente a un flujo dinámico G, y viceversa. Luego podemos reducir la multiplicidad de nodos iniciales y terminales, agregando un *super nodo inicial* y un *super nodo terminal*. Consecuentemente, podemos resolver el problema de máximo flujo dinámico en G resolviendo un problema de flujo máximo en G^p.

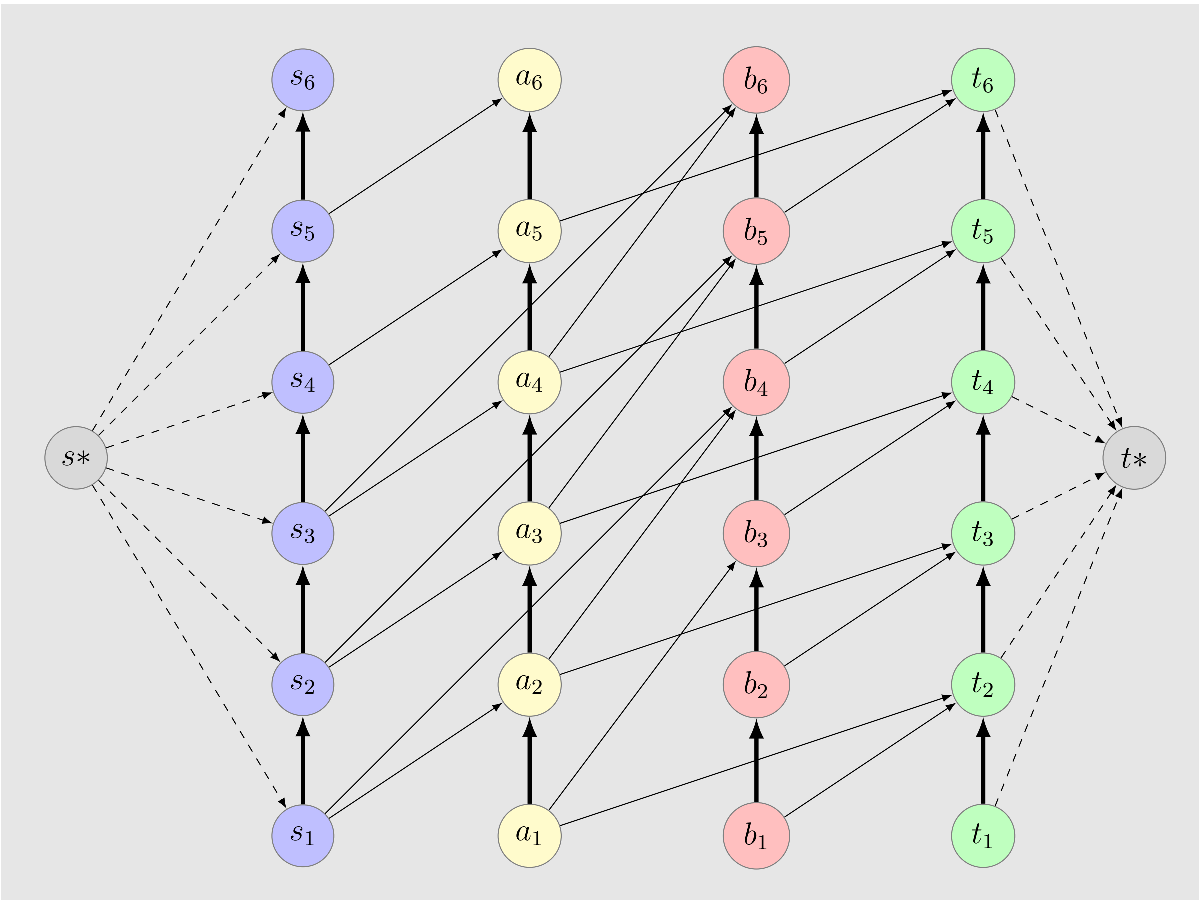


Figura 3.3: Red con tiempo expandido G^p asociada a la figura 3.2 para un horizonte $T = 6$ donde las flechas entre nodos con diferente letra representan el transporte entre nodos de un período a otro posterior, y las flechas en negrita entre nodos con la misma letra representan la espera o conservación en ese nodo de un período al siguiente

Formulado así, determina un problema de flujo estático clásico. Ahora el tamaño del problema depende linealmente de la cantidad de períodos considerados p. Los algoritmos que los resuelven se denominan *pseudo-polinomiales*, dado que el tiempo que demoran en resolverlo depende de p, y no de $log(p)$ como en el caso de los algoritmos de tiempo *polinomial*. Esto es relevante, ya que si el tamaño de p (cantidad de períodos) es grande, podría hacer que la búsqueda de la solución del problema resulte demasiado lenta.

3.3. Lenguajes para modelos de programación matemática

El desarrollo de un modelo utilizando la programación matemática generalmente sigue el siguiente patrón:

- Formular el modelo, el sistema de variables, objetivos y restricciones que representan el problema a resolver
- Obtener los datos necesarios que definen la instancia específica del problema
- Generar la función específica y las ecuaciones con las restricciones del modelo y los datos
- Resolver la instancia del problema corriendo un programa, un *solver*, o aplicar algún algoritmo que encuentre los valores óptimos o aproximados de las variables
- Analizar el resultado
- Redefinir el modelo, en caso que fuera necesario, y correrlo nuevamente

Si se pudiera lidiar con los programas de matemática de la misma forma que con los algoritmos que los resuelven, las fases de formulación y generación del modelo serían más simples. En la realidad, hay muchas diferencias entre la forma en que los modeladores entendemos el problema y la forma en la que los solvers resuelven la problemática planteada. La conversión entre el planteo del modelador y la forma "algorítmica", puede consumir mucho tiempo o conducir a errores no deseados.

El paquete de software AMPL (Fourer et al. 2003) "A Math Programming Lenguage", un lenguaje de modelado algebraico para la programación matemática[2], fue diseñado e implementado en 1985 y viene evolucionando desde entonces. Es notable la similaridad de sus expresiones aritméticas con la usual notación algebraica, lo que lo convierte en un lenguaje muy práctico para plantear problemas de flujo en redes.

[2]AMPL an algebraic modeling language for mathematical programming. www.ampl.com provee de información del lenguaje.

El lenguaje AMPL plantea algebraicamente el modelo de una manera sencilla. Interactuando con un solver[3], que es quien lo resuelve, los problemas de este estilo se resuelven fácilmente.

Para mostrar la simplicidad de los planteos de problemas de programación lineal en este lenguaje, damos a continuación, un ejemplo del modelado de un problema sencillo.

Para el modelado es necesario definir los componentes que vamos a utilizar:

- **conjuntos:** por ejemplo productos
- **parámetros:** por ejemplo el costo de los productos y el precio de venta
- **variables:** son los valores que determinará el solver
- **objetivo:** es la función que vamos a maximizar o minimizar
- **restricciones:** las que la solución debe satisfacer

El planteo algebraico formal de un problema de programación lineal podría ser el que sigue.

Dado:
P, un conjunto de productos
a_j= toneladas por hora del producto j, para cada $j \in P$
b = horas disponibles en la fábrica
c_j = ganancia por tonelada de producto j, para cada $j \in P$
u_j = máximo en toneladas de producción de producto j, para cada $j \in P$
Definimos las variables:
x_j = toneladas a producir del producto j, para cada $j \in P$
Se quiere resolver:
$\text{máx} \sum_{j\in P} c_j x_j$
Sujeto a:
$\sum_{j\in P}(1/a_j)x_j \leqslant b$
$0 \leqslant x_j \leqslant u_j$, para cada $j \in P$

Este modelo describe muchos tipos de problemas de optimización. Si especificamos distintos valores para los datos ingresados, el modelo se convierte en lo que se llama *instancia*, que luego puede ser resuelta. Cada colección diferente de datos define una nueva instancia.

Esta instancia, en el lenguaje AMPL queda planteada de la siguiente forma:

[3]En http://www.ampl.com/solvers.html se puede encontrar una lista con los solver que trabajan con el software AMPL.

```
set P;
param a {j in P};
param b;
param c {j in P};
param u {j in P};
var x {j in P};
maximize FuncionGanancia: sum {j in P} c[j] * x[j];
subject to Tiempo: sum {j in P} (1/a[j]) * x[j] <= b;
subject to Limite {j in P}: 0 <= x[j] <= u[j];
```

Como se ve, la similitud entre el planteo en este lenguaje y la forma algebraica hace que el trabajo para la formulación del modelo sea muy sencilla.

3.4. Literatura relacionada

Las dos ramas de literatura que se relacionan con nuestro trabajo son los trabajos de agricultura en sí, que hacen foco en temas relacionados con operaciones y decisiones tácticas; y la otra es la que relaciona las operaciones con las finanzas (Caldentey and Haugh 2009), en el que para lograr la eficiencia operacional es esencial tener en cuenta el aspecto financiero para alcanzar el objetivo buscado. Las dos ramas están relacionadas también con el manejo de otros commodities como el petróleo o metales.

En un nivel táctico, el trabajo de Jones et al. (2003) está relacionado con el nuestro. En el mismo se propone e implementa un modelo de optimización de la producción de semillas de la empresa Syngenta, donde tanto la oferta como la demanda de semillas no pueden planificarse con certeza debido al clima y las necesidades de los productores. Este modelo considera múltiples productos y períodos donde la demanda de parte de los productores esta fuertemente relacionada con sus experiencias en cada año de producción. Para controlar esta variabilidad Syngenta produce sus semillas en ambos hemisferios lo que les permite posponer medio año algunas decisiones importantes, que es cuando ya se tienen mejores herramientas para definir la demanda.

Algunos ejemplos de trabajos antiguos que relacionan las operaciones con los commodities son Cahn (1948), Bellman (1956), Dreyfus (1957), Charnes et al. (1966). Estos encuentran las políticas óptimas para el manejo de depósitos considerando restricciones operativas, pero sin tener en cuenta límites en las compras y ventas, y mucho menos los mercados de derivados relacionados. Turvey and Baker (1990) usa contratos futuros y otros derivados tomando en cuenta el capital de la compañía en cuestión y las correlaciones entre los rindes de cosechas y los precios futuros. Wu et al. (2002) relaciona los contratos que involucran compras spot entre un vendedor y varios compradores; mientras que Wu and Kleindorfer (2005) considera un comprador con varios vendedores que pueden comprar contratos spot o futuros en 2 períodos. Lo hacen con ejemplos como electricidad, semi-conductores y metales tales como el aluminio.

Martínez de Albéniz and Simón (2008) comparte algunos elementos con nuestro modelo. Ellos discuten como los intermediarios de commodities pueden comprar en un mercado y vender en otro, tomando en cuenta ciertas restricciones operativas, como por ejemplo las logísticas. Allí encuentran una estrategia óptima y la aplican para el mercado de querosén en Estados Unidos. Secomandi (2010) se focaliza en las plantas de procesado de gas natural y consideran un modelo multiperiódico que le permite al modelo incorporar contratos futuros y almacenar diferentes commodities teniendo en cuenta las restricciones operativas en las plantas. Este modelo se basa en el Manejo de Inventarios, que elige un patrón óptimo para las compras, almacenaje y ventas en mercados fluctuantes. Ahumada and Villalobos (2011) genera decisiones de producción y distribución de corto plazo en la industria de productos frescos. Este trabajo está relacionado con la flexibilidad operativa y encuentra el valor de mantener la produccion lo más flexible posible, pero no incluye las decisiones financieras que se utilizan en nuestro trabajo.

Boyabatli et al. (2011), Boyabatli (2011) consideran una firma relacionada con la agricultura que convierte un ingreso en dos productos diferentes en proporciones fijas, tomando en cuenta contratos firmados con anterioridad y los mercados spot. El modelo de Kazaz and Webster (2011) considera una empresa que produce un producto (e.g. frutas) desconociendo el rinde y calidad. El autor se enfoca en el manejo de estas indeterminaciones dentro de empresas con aversión al riesgo y compara la estrategia óptima obtenida con la que se acostumbra a usar en el sector. El trabajo de Dong et al. (2014) es sobre la flexibilidad de las operaciones para refinerías, y se focaliza en diferentes productos y las posibles transformaciones entre ellos. Consideran un programa estocástico de dos etapas que, coincidentemente con nuestro modelo, captura la variabilidad de los precios.

El modelo que se acerca más a nuestro trabajo es el de Devalkar et al. (2011). Éste describe como el ITC Group mejoró el abastecimiento de commodities en la India rural en el año 2000. La *e-Choupal iniciative* incluyó el abastecimiento, proceso y comercialización de múltiples commodities en varios períodos con precios variables. Consideraron una firma que compra en los mercados spot en cada período, procesa ese ingreso y vende lo procesado usando contratos futuros. Incluyen restricciones de capacidad que representan los límites en las cantidades que pueden ser transformadas en diferentes derivados. Al igual que en nuestro modelo, Devalkar et al. (2011) considera que el precio de los mercados spot es coincidente con el precio de los futuros al día de hoy. Por otro lado, no consideran compras forward, ni logística y el modelo no contiene la red de posibles traslados, que es la base de nuestro trabajo. Dado que nosotros sí permitimos compras y ventas forwards en varios períodos, tenemos que lidiar con restricciones de arbritaje geográficas y temporales.

Capítulo 4

El problema de logística y originación de granos

4.1. Descripción del problema

La Empresa provee un servicio de intermediación entre los productores y exportadores de granos o molinos. Todos los procesos, tales como la firma de nuevos contratos de compra-venta, pagos, y el almacenamiento y procesado de los granos, ocurren en un período de varios meses[1]. Para el modelado usamos el tiempo particionando este perído, en varios sub-períodos que indexamos con $t_0, t_1, ..., t_N$ y representan, por ejemplo, meses.

En un momento dado, La Empresa tiene contratos de compra ya firmados que especifican que debe retirar los granos de un campo en algun momento del futuro. Un contrato de venta compromete a La Empresa a entregar mercadería en algún puerto o molino en un determinado momento. El almacenamiento, en caso que sea necesario, se realiza en las plantas, que pueden utilizarse como depósitos para esperar mejores precios, si el retiro y la entrega difiere en el tiempo, o si es necesario realizar algún proceso a los granos como limpieza o secado.

En general las plantas se componen de silos que pueden variar entre sí en la capacidad de almacenaje. Éstos sirven para almacenar granos u otros materiales a granel. Los silos más habituales tienen forma cilíndrica, asemejándose a una torre, y están construídos de hormigón armado, metal o madera. La capacidad total de cada planta resulta la suma de las capacidades de cada silo que la compone.

En un contrato de compra el precio a pagar por tonelada se puede fijar en el contrato, o quedar abierto a una fijación posterior. En el caso de los contratos sin precio fijado se establece una "ventana" de fechas para esa fijación. El productor, quien le vende los granos a La Empresa, sólo decide *cuándo* fijar el precio, el precio en sí se toma usando como referencia el mercado forward de granos. Estos contratos se denominan con precio

[1] En el caso de la soja van desde Marzo-Abril a Agosto.

a 'a fijar'.

Para ejemplificar, supongamos que tenemos un productor tiene un contrato de venta firmado, con precio 'a fijar', con una ventana de fijación entre Marzo y Mayo, con entrega pactada para el mes de Agosto. El valor que estará observando el productor será el precio forward para entrega en Agosto. Podrá definirlo en Marzo, Abril o Mayo dependiendo de los valores que vaya tomando el precio forward en esas fechas y de sus perspectivas a futuro. Una vez fijado el valor, ya no podrá modificarse, y pasará entonces al conjunto de contratos con precio 'fijado'.

En el contrato convenido entre el productor y la empresa también se especifica la calidad mínima que deben tener los granos, aunque en general se conviene en entregar en *Condición Cámara* (ver página 18)

Todos los contratos de compra tienen además una planta y un destino asociados. El costo del transporte hasta ese destino fijado en el contrato queda a cargo del productor, independientemente que La Empresa decida llevarlo efectivamente a ese destino o no. Por otro lado, se acuerda con el productor una planta, en el caso que la mercadería necesite secado y deba ser enviada a proceso. Los costos de transporte y secado también van a cargo del productor, teniendo en cuenta la planta y el destino que figura en el contrato[2]. De esta forma el servicio de traslado y procesos queda determinado en cada contrato y será un ingreso para La Empresa ya fijado, independientemente de la logística que ejecute posteriormente.

Los contratos de venta también pueden tener el precio fijado o no. En el caso de que el precio sea 'a fijar', como antes, el vendedor (en este caso La Empresa) decide cuándo se fija usando el valor del mercado forward.

Cada origen tiene un límite en toneladas de compra que depende de la cantidad sembrada y de cuánto ya está vendido. La producción de cada origen se va vendiendo a lo largo de la campaña hasta agotar el stock, o conservando remanentes si es que se esperan alzas de precios y es posible financieramente mantener en stock el capital invertido en granos.

Los destinos también tienen máximos para las entregas. Estas cotas son variables y dependen de la capacidad y la saturación que tenga el destino particular. Por ejemplo, los puertos en distintos períodos tienen distintas capacidades de carga (que a su vez puede depender de cuanto se exporte en cada momento, aunque nosotros no estamos modelando demanda a ese nivel de detalle).

Las plantas constituyen el posible paso intermedio entre los orígenes y los destinos. Éstas funcionan como acopio o para realizar procesos a los granos como secado o limpieza. Cada planta tiene una determinada capacidad de almacenaje y procesamiento medida en toneladas, y costos mensuales por tonelada acopiada y por tonelada

[2]Una vez cosechados los granos se establece el nivel de humedad de los mismos, determinando entonces el costo de transporte a la planta fijada en el contrato más el costo de secado, si es que resulta necesario. La empresa se reserva el derecho de transportar los granos hacia la planta que considere conveniente.

procesada. Además tienen un costo por descarga a planta que también se paga por tonelada.

Aunque tradicionalmente dicho almacenamiento o acopio solamente se podía realizar en plantas ubicadas usualmente cerca de los orígenes o cerca de los puertos, en el día de hoy también se pueden conservar granos en origen para esperar precios de venta convenientes. Esto se debe a la contribución tecnológica reciente de los silobolsas, que son bolsones plásticos diseñados para conservar la soja sin riesgo hasta el momento de la venta. Para la conservación de los granos en silobolsas es necesario que éstos estén en buen estado y sin humedad. En este caso el costo de conservación es mucho menor que el de las plantas, y se paga por única vez, cuando se arma el silobolsa, ya que no tienen costo de mantenimiento.

Muchas veces las cosechas no se pueden realizar en las condiciones deseadas, obteniendo granos fuera del estándar de calidad (mucha humedad, suciedad, etc). Si por ejemplo, llueve en el momento de la cosecha, se puede humedecer el grano; o previendo lluvias para la fecha de cosecha el productor la adelanta obteniendo granos con más humedad de la deseada. En esos casos, y como estos granos no pueden conservarse en silobolsas, deben enviarse a plantas para secado o zarandeado[3], y de esta forma obtener la calidad apropiada. Todos los costos asociados a la humedad o mala calidad de grano, van a cargo del productor y, como dijimos anteriormente, están definidos en el contrato.

En el proceso continuo de generar nuevos contratos La Empresa va buscando un balance entre las toneladas de compra y las de venta con tal que no superen la diferencia de 10.000 toneladas. Sin embargo, y dado que proveen un servicio de intermediación donde luego deben efectivizar esos contratos (retiros y entregas), es necesario que ese desbalance sea cero si pretendiéramos satisfacer todos los retiros y entregas. Más aún, aunque las posiciones estuvieran balanceadas, podría pasar que por motivos enconómicos convenga realizar nuevas operaciones, por ejemplo si es que los contratos de compra y venta difieren mucho en el tiempo y el costo de conservación es muy elevado, o el lugar de las compras está muy alejado del de las ventas y el costo del flete resulta muy oneroso.

De esta forma, el problema de La Empresa, para cada instante en el tiempo, consiste en planear su logística futura para satisfacer transacciones pactadas previamente pero no concretadas aun físicamente. Y además, encontrar los contratos de compra y venta que le conviene firmar. La Empresa *debe* firmar nuevos contratos de manera tal que la combinación entre los contratos previamente firmados y los nuevos queden balanceados para tener una solución factible (recordar en página 22 la condición 3.4). Esto se debe hacer obteniendo la máxima ganancia. La solución entonces consiste en determinar qué nuevas operaciones de compra-venta se deben realizar, identificando de manera precisa las cantidades a transportar en el futuro, entre qué puntos geográficos e instantes del tiempo hacerlo, utilizando si es necesario almacenamiento intermedio. El criterio de

[3] Proceso que mediante zarandas separa por tamaño el material no deseado.

identificación de la solución óptima es la maximización de la ganancia de La Empresa, que incluye todos los costos e ingresos relevantes.

4.2. Modelo matemático

El objetivo de buscar la logística óptima para La Empresa considerando las características mencionadas anteriormente, puede representarse como un problema de flujo de mínimo costo (seccion 3.1), con la posible incorporación de nuevas operaciones de compra-venta. Debe plantearse bajo determinadas restricciones impuestas por los contratos previamente firmados, capacidades físicas y la conservación de masa. La función de costo incluye el monto de las mercaderías compradas y vendidas, y todos los costos de transporte y procesos involucrados.

La solución es el flujo de transportes que maximiza las ganancias, teniendo en cuenta la conservación de mercadería en momentos intermedios. Como se mencionó anteriormente, también incluye los nuevos contratos de compra o de venta que La Empresa debería firmar para satisfacer las operaciones pactadas.

Inicialmente planteamos un grafo con tres conjuntos de nodos, los *orígenes*, *plantas* y *destinos*. Los arcos que los unen determinarán los posibles transportes entre esos puntos, teniendo en cuenta que la mercadería puede ser trasladada de orígenes a destinos, de orígenes a plantas y de plantas a destinos.

Para capturar la dimensión temporal, generamos copias de cada nodo del grafo subyacente para cada período de tiempo y asignamos cada retiro o entrega al nodo apropiado. Por ejemplo, para representar que en la planta j se puede conservar granos en el mes t, usamos un arco que une esa planta en el mes $t-1$, con la misma planta en el mes t. Para tener en cuenta el paso del tiempo en las operaciones financieras, consideramos el valor presente neto de las transacciones. Esto descuenta el costo de capital invertido al ingreso total, considerando que las operaciones financieras (pagos y cobranzas) se efectivizan en las fechas pactadas en los contratos, no necesariamente las fechas de entrega o retiro. Así, para las operaciones a futuro consideramos una tasa de descuento teniendo en cuenta las tasas de interés actuales en el mercado.

En resumen, los nodos son $V = (\mathcal{O} \cup \mathcal{P} \cup \mathcal{D}) \times \mathcal{T}$, donde $\mathcal{O}$ es el conjunto de orígenes, $\mathcal{P}$ es el conjunto de plantas, $\mathcal{D}$ es el conjunto de destinos, y $\mathcal{T} = \{1, 2, ..., T_{\text{final}}\}$ son los distintos períodos. Para cada $t \in \mathcal{T}$, definimos un V_t que representa el estado de los nodos $(\mathcal{O} \cup \mathcal{P} \cup \mathcal{D})$ en el tiempo t. La siguiente lista describe los arcos del grafo y las variables asociadas:

1. Dimensión geográfica (para cada V_t):

   - *xod(i,k,t)*; $i \in \mathcal{O}$ y $k \in \mathcal{D}$ son los traslados de orígenes a destinos (en el mismo t)

- *xop(i,j,t)*; $i \in \mathcal{O}$ y $j \in \mathcal{P}$ son los traslados de orígenes a plantas (en el mismo t)
- *xpd(j,k,t)*; $j \in \mathcal{P}$ y $k \in \mathcal{D}$ son los traslados de plantas a destinos (en el mismo t)

2. Dimensión temporal (conecta V_{t-1} con V_t): Para cada origen o planta, consideramos arcos que representan la conservación de los granos en el origen o planta[4] entre el tiempo $t-1$ al tiempo t.

   - *xot(i,t)* $i \in \mathcal{O}$, es la conservación en orígenes entre $t-1$ y t; para $t \geqslant 2$
   - *xpt(j,t)* $j \in \mathcal{P}$, es la conservación en plantas entre $t-1$ y t; para $t \geqslant 2$

   La conservación para el $t = 1$ la definimos como los stocks iniciales en los orígenes y plantas :

   - Stock inicial en el origen $i \in \mathcal{O}$ = *xot(i,1)* = *stinio*(i)
   - Stock inicial en la planta $j \in \mathcal{P}$ = *xpt(j,1)* = *stinip*(j)

Las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3 muestran la dinámica de los transportes y conservación para un caso sencillo; donde tenemos 2 orígenes (o_1 y o_2), 2 plantas (p_1 y p_2), 2 destinos (d_1 y d_2) y 2 períodos (t y $t+1$). En el ejemplo, se transporta en el período t del origen 1 a la planta 1 (Figura 4.1). Una vez en la planta 1, se conserva la mercadería hasta el período $t+1$ (Figura 4.2) para luego, en el tiempo $t+1$ transportarla hacia el destino 2 (Figura 4.3)

Los costos asociados con cada operación están contemplados en los arcos. La capacidad de cada arco se asignó en relación a los límites que existen en la realidad.

- *cod(i,k,t)* $i \in \mathcal{O}$, $k \in \mathcal{D}$ y $t \in \mathcal{T}$ es el costo de transporte entre el origen i y el destino k en el tiempo t

- *cop(i,j,t)* $i \in \mathcal{O}$, $j \in \mathcal{P}$ y $t \in \mathcal{T}$ es el costo de transporte entre el origen i y la planta j en el tiempo t

- *cpd(j,k,t)* $j \in \mathcal{P}$, $k \in \mathcal{D}$ y $t \in \mathcal{T}$ es el costo de transporte entre la planta j y el destino k en el tiempo t

- *cot(i,t)* $i \in \mathcal{O}$, $t \in \mathcal{T}$ es el costo de conservar la mercadería en el origen i entre el tiempo $t-1$ a t. [5]

[4] En los destinos no hay conservación de granos

[5] Este costo no está directamente asociado al arco que conecta los orígenes entre cada t y el período subsiguiente. Recordemos que el costo en los orígenes se paga una única vez, y no importa cuántos períodos permanezcan conservados los granos. Más adelante, en la página 41 veremos como utilizamos este costo.

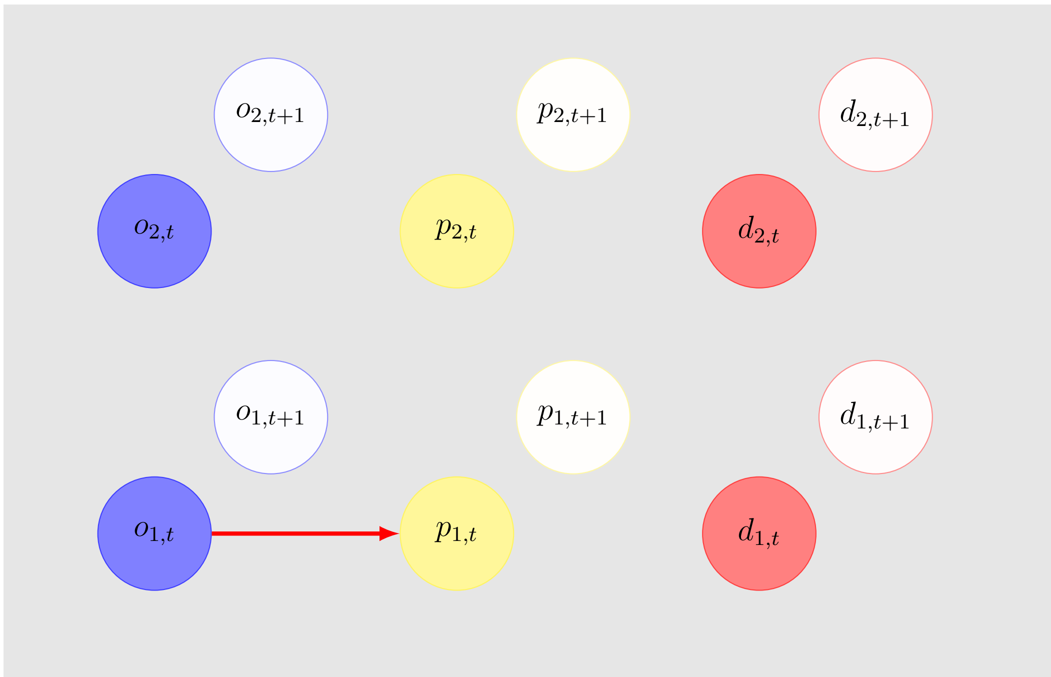


Figura 4.1: *xod*(o_1,p_1,*t*) : traslado del origen 1, a la planta 1, en el tiempo t

- *cpt(j,t)* $j \in \mathcal{P}$, $t \in \mathcal{T}$ es el costo de conservar la mercadería en la planta j entre el tiempo $t-1$ a t
- *cingplant(j,t)* $j \in \mathcal{P}$, $t \in \mathcal{T}$ es el costo de ingresar mercadería en la planta j en el tiempo t

Los contratos ya pactados pasan a ser la entrada del modelo de redes. Las compras son las ofertas de granos en el conjunto de orígenes y las ventas las demandas en los destinos, cada una en el respectivo $t \in \mathcal{T}$ según los contratos firmados. Para esto, tenemos que sumar las toneladas compradas y vendidas, con precio fijado y a fijar, de los contratos previamente pactados para cada origen o destino, y cada preíodo t, obteniendo los siguientes parámetros de oferta y demanda:

- *compcp*(i,t)= Toneladas compradas con precio fijado en el origen i en el tiempo t
- *compsp*(i,t)= Toneladas compradas sin precio fijado en el origen i en el tiempo t
- *ventcp*(k,t)= Toneladas vendidas con precio fijado en el destino k en el tiempo t
- *ventsp*(k,t)= Toneladas vendidas sin precio fijado en el destino k en el tiempo t

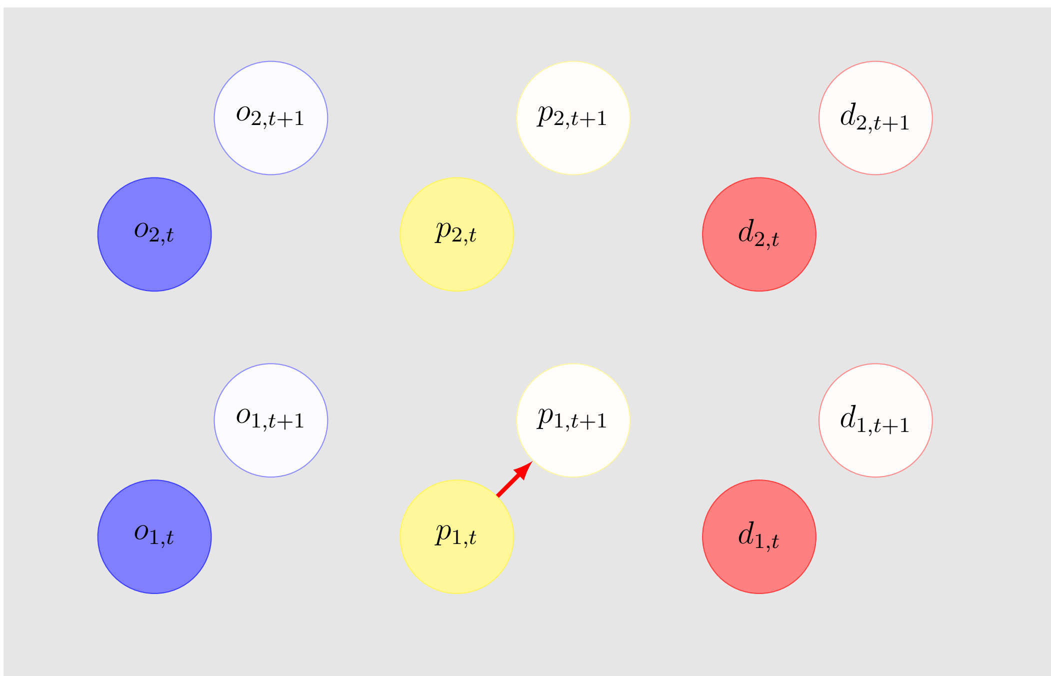


Figura 4.2: *xpt(p_1,t+1)* : conservación de mercadería en la planta 1 entre el tiempo t y el tiempo $t+1$

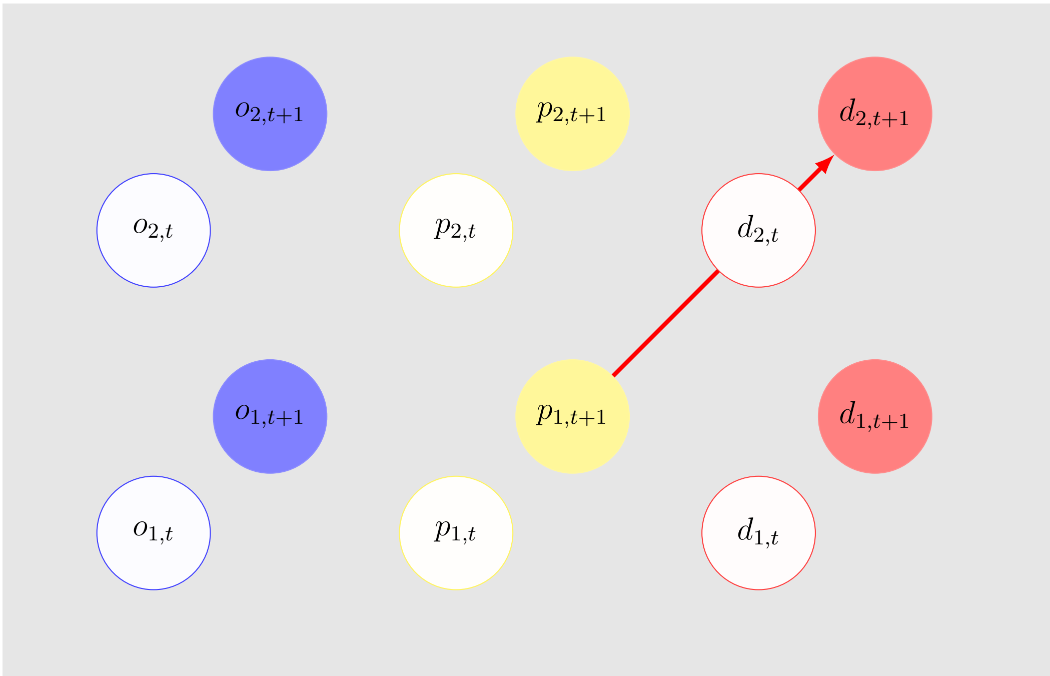


Figura 4.3: *xpd(p_2,d_2,t+1)* : traslado de la planta 2, al destino 2, en el tiempo $t+1$

Las variables que definen las compras y ventas nuevas que el modelo debe realizar las definimos como:

- *xfct(i,t)* = Nuevas toneladas de compras forward en el origen i en el tiempo t
- *xfvt(k,t)* = Nuevas toneladas de ventas forward en el destino k en el tiempo t
- *xsct(k,t)* = Nuevas toneladas de compras spot[6] (ver definición en página 18) en el destino k en el tiempo t
- $xsvt(k,t)$ = Nuevas toneladas de ventas spot en el destino k en el tiempo t

Con estas definiciones podemos plantear las restricciones para que se cumplan los contratos pactados con anterioridad y la conservación de flujo:

- Conservación de masa en cada origen i y tiempo t:
  $xot(i,t)+compcp(i,t)+compsp(i,t)+xfct(i,t) = \sum_{j\in\mathcal{P}} xop(i,j,t)+\sum_{k\in\mathcal{D}} xod(i,k,t)+ xot(i,t+1)$[7]

[6]Este tipo de operaciones se realiza en los destinos para por ejemplo, completar faltantes.

[7]Forzamos $xot(i,T_{final}+1)=0$ $\forall i \in \mathcal{O}$, para que en el T_{final} no quede mercadería conservada en ningún origen.

- Conservación de masa en cada planta j y tiempo t:
$\sum_{i\in\mathcal{O}} xop(i,j,t) + xpt(j,t) = xpt(j,t+1) + \sum_{k\in\mathcal{D}} xpd(j,k,t)$[8]

- Conservación de masa en cada destino k y tiempo t:
$\sum_{j\in\mathcal{P}} xpd(j,k,t) + \sum_{i\in\mathcal{O}} xod(i,k,t) + xsct(k,t) = ventcp(k,t) + ventsp(k,t) + xsvt(k,t) + xfvt(k,t)$

Agregamos las restricciones de capacidad en las plantas y los puertos:

- La capacidad de la planta j no puede verse superada en cada período t:
$\sum_{i\in\mathcal{O}} xop(i,j,t) + xpt(j,t) \leqslant capplant(j)$

- La capacidad del destino[9] k no puede verse superada en cada período t:
$\sum_{j\in\mathcal{P}} xpd(j,k,t) + \sum_{i\in\mathcal{O}} xod(i,k,t) + xsct(k,t) + xdt(k,t) \leqslant capdest(k,t)$

Muchos contratos pactados con anterioridad tienen su precio ya fijado. Para valuar los contratos con precio "a fijar" usamos lo siguiente para cada período: si tenemos ventas en destinos, tomamos el precio forward en el destino que figura en el contrato al momento de correr el modelo; y para las compras en orígenes, usamos los precios forward en el destino consignado en el contrato menos los costos de transporte hacia ese destino. Los precios forward de los granos en nuestro país son públicos y existe un mercado que regula estos valores, de esta forma estos precios pueden tomarse como parámetros del modelo.

De esta forma, todos los contratos pactados con anterioridad quedan con precio asignado:

1. Contratos con precio fijado: ya sean compras o ventas, el contrato determina el precio.

2. Contratos sin precio fijado:

   Precio de compra en origen i en el tiempo t, con destino asociado k = tomamos el precio forward en destino k y tiempo t, menos el flete entre el origen i y el destino k en el tiempo t

   Precio de venta en destino k en el tiempo t = tomamos el precio forward en destino k en tiempo t

[8] Forzamos $xpt(j,T_{final}+1)=0\ \forall j \in \mathcal{P}$, para que en el T_{final} no quede mercadería conservada en ningúna planta.

[9] En este caso la capacidad de los destinos depende del tiempo, además de cada destino. Ver página 32

Cada campo tiene un *destino natural* que es el destino (puerto, fábrica o molino) que maximiza el *ingreso del productor* que se computa como la diferencia entre el precio ofertado en el destino, menos los costos de transporte hasta ese destino. Este precio se podría considerar como la cota inferior de lo que el productor estaría dispuesto a recibir, ya que podrían ellos mismos (los productores) realizar la transacción teniendo a su cargo el transporte hasta el destino, y así obtener el precio allí ofertado. Los destinos naturales dependen de las condiciones del mercado ya que los desbalances de precios entre los puertos o los cambios en los costos de los fletes tienen un impacto en la elección del lugar óptimo donde el productor decide vender su producción. Sin embargo, en la práctica estos destinos tienden a ser constantes. De la misma forma, cada planta tiene su destino natural.

Así entonces definimos el precio forward en orígenes, que es el que usaremos para valuar las nuevas operaciones de compra.

Definición 4.2.1 (Precio forward en orígenes)**.** [10]

$$prefwdo(i,t) := \max_{k \in \mathcal{D}} (fwd(k,t) - cod(i,k,t) + \epsilon); i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}$$

Y para cada origen y cada t definimos su *destino natural*, como el destino donde se alcanza ese máximo.

Definición 4.2.2 (Destino natural para el origen $i \in \mathcal{O}$)**.**

$$desnat(i,t) := k \Leftrightarrow k \in \mathcal{D}, prefwdo(i,t) = (fwd(k,t) - cod(i,k,t) + \epsilon); i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}$$

De la misma forma se puede definir el *destino natural* para cada planta, tomando el costo del flete entre la planta y el destino

Definición 4.2.3 (Precio forward en plantas)**.** [11]

$$prefwdo(j,t) := \max_{k \in \mathcal{D}} (fwd(k,t) - cpd(j,k,t)); j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$$

Definición 4.2.4 (Destino natural para la planta $j \in \mathcal{D}$)**.**

$$desnat(j,t) := k \Leftrightarrow k \in \mathcal{D}, prefwdo(i,t) = (fwd(k,t) - cpd(j,k,t)); j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$$

Así entonces tenemos los precios que usaremos para valuar las nuevas operaciones de compra y de venta. Usando *prefwdo(i,t)* para las compras en los orígenes $i \in \mathcal{O}$, y *fwd(k,t)* para las ventas en los destinos $k \in \mathcal{D}$

[10] Al sumarle $\epsilon > 0$ impedimos que se formen ciclos con compras y ventas de costo cero entre cada origen y su destino natural.

[11] Este valor sólo lo usaremos para definir el destino natural de las plantas

4.2.1. Conservación en orígenes

Como el costo de conservación en orígenes no depende del tiempo que esté conservada la mercadería, fue necesario introducir dos nuevas variables para valuarlo. Este costo es un monto fijo por tonelada conservada, y se paga por única vez al momento de guardado, independientemente del tiempo que se conserve.

Para clarificarlo, veámoslo con un ejemplo.

Ejemplo 4.2.1 (Conservación en orígenes en silobolsa)**.** Recordemos que la variable que define las toneladas conservadas en cada origen y para cada tiempo t es *xot(i,t)* y supongamos que tenemos los siguientes valores (ver tabla 4.1) de esa variable para un determinado origen $i \in \mathcal{O}$. En la última columna estan las toneladas que llevan costo. Entre el tiempo 1 y 2, se conservaron 100 toneladas que ingresaron al silobolsa en el $t = 1$, entonces dado que en el $t = 2$ no ingresan nuevas toneladas al silobolsa, tenemos 100 toneladas con costo en $t = 1$. En el $t = 3$ ingresan 100 toneladas más, para vaciar el silobolsa en el $t = 4$. Y finalmente, en el $t = 5$ ingresan las últimas 100 toneladas ingresadas al silobolsa.

variable *xot*	Toneladas en silobolsa	Toneladas que llevan costo (*siloborig*)
xot(i,1)	100	100
xot(i,2)	100	0
xot(i,3)	200	100
xot(i,4)	0	0
xot(i,5)	100	100
Total	**500**	**300**

Tabla 4.1: Valores para la variable *siloborig* que contabiliza las toneladas que se conservan en orígenes y tienen costo

Las dos nuevas variables que creamos están relacionadas mediante restricciones, con la variable que contabiliza el total conservado y los ingresos y egresos de cada origen.

Estas variables las llamamos:

- *siloborig(i,t+1)*: que sólo contabiliza las toneladas que van ingresando al silobolsa del oígen i en el tiempo t, y no las que permanecen.

- *vaciosilo(i,t)*: que contabiliza las toneladas que vamos retirando del silobolsa del origen i en el tiempo t.

Para representar el flujo con las nuevas variables, podemos pensar que desdoblamos cada origen, en el origen $O(i,t)$ que solo transfiere mercadería desde las compras pactadas y las nuevas compras forward a las plantas o destinos, y en $OS_{(i,t)}$ que representaría

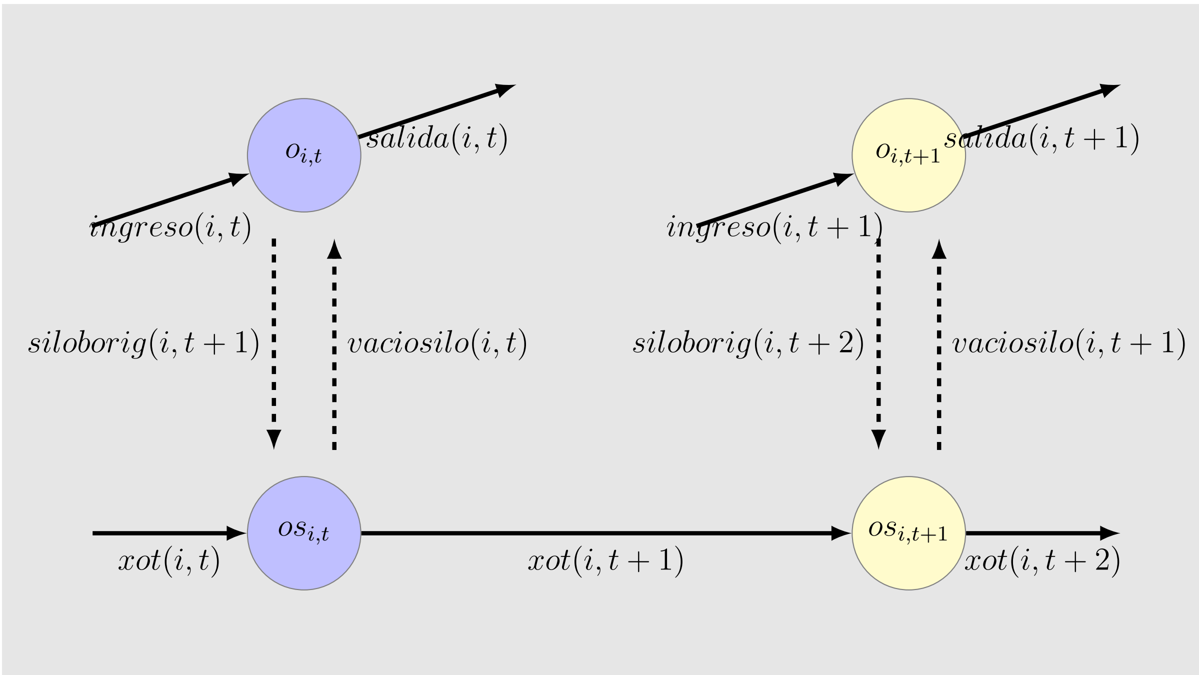


Figura 4.4: Nodos orígenes duplicados, donde el duplicado representa el silobolsa del origen i en el tiempo t. Se agregan las variables *siloborig* (que va del origen al silo) y *vaciosilo* (que devuelve los granos del silo al origen). Los ingresos a los a los orígenes, que en la figura llamamos $ingreso(i,t)$, es la suma de las compras pactadas y las compras forward que decida el modelo para el origen i y el tiempo t. La $salida(i,t)$ es la suma de los traslados desde el origen i y el tiempo t a las plantas y los destinos.

el silobolsa. Ver Figura 4.4. Los ingresos a los a los orígenes, que en la figura llamamos $ingresO_{(i,t)}$, es la suma de las compras pactadas y las compras forward que decida el modelo para el origen i y el tiempo t. La $salida(i,t)$ es la suma de los traslados desde el origen i y el tiempo t a las plantas y los destinos.

Para describir las restricciones, recordemos que exigimos la conservación de masa en los orígenes, esto es:

$xot(i,t) + compcp(i,t) + compsp(i,t) + xfct(i,t) = \sum_{j\in\mathcal{P}} xop(i,j,t) + \sum_{k\in\mathcal{D}} xod(i,k,t) + xot(i,t+1)$

Y si llamamos:

$$ingreso(i,t) = compcp(i,t) + compsp(i,t) + xfct(i,t)$$

y

$$salida(i,t) = \sum_{j\in\mathcal{P}} xop(i,j,t) + \sum_{k\in\mathcal{D}} xod(i,k,t)$$

podemos escribirlo como:

$$ingreso(i,t) + xot(i,t) = salida(i,t) + xot(i,t+1)$$

Esta igualdad, puede escribirse como:

$$ingreso(i,t) - salida(i,t) = xot(i,t+1) - xot(i,t)$$

Es aquí donde agregamos las nuevas variables:

$$ingreso(i,t) - salida(i,t) = \mathbf{siloborig(i,t+1)} - \mathbf{vaciosilo(i,t)} = xot(i,t+1) - xot(i,t)$$

Que representarían la conservación de masa para el nodo desdoblado del origen $o(i,t)$:

$$ingreso(i,t) - salida(i,t) = siloborig(i,t+1) - vaciosilo(i,t)$$

y la conservación para el nodo $os(i,t)$:

$$siloborig(i,t+1) - vaciosilo(i,t) = xot(i,t+1) - xot(i,t)$$

Así separamos la variable $siloborig(i,t+1)$ que es la única que tiene costo. La conservación y el vaciado del silo no tienen costos asociados.

Dado que el paso por la variable $siloborig(i,t+1)$ tiene costo, no se forman ciclos de ingreso al silo y egreso (por la variable sin costo $vaciosilo(i,t)$). Es decir, lo que ingresa por $siloborig(i,t+1)$ permanece almacenado al menos hasta el período siguiente.

De esta forma, utilizando las definiciones, los precios para los contratos pactados con anterioridad y los costos, nombramos:

- *MontoCompPactadas(t)* : ($) Monto que representa, para cada t, la totalidad de las toneladas compradas con precio y sin precio, en contratos previamente pactados por La Empresa (notar que esta suma está fija)

- *MontoVentPactadas(t)*: ($) Monto que representa, para cada t, la totalidad de las toneladas vendidas con precio y sin precio, en contratos previamente pactados por La Empresa (notar que esta suma está fija)

- *MontoDescFletes(t)*: ($) Monto que representa, para cada t, el ingreso (para La Empresa) de los contratos de compra que pacta La Empresa con los productores. Estos son fletes que costean los productores (notar que esta suma está fija)

- $MontoCompNuevas(t) = \sum_{i \in \mathcal{O}} xfct(i,t)prefwdo(i,t) + \sum_{k \in \mathcal{D}} xsct(i,t)(fwd(k,t){+}\epsilon)$

  ($) Representa el costo de las nuevas compras para cada t (son las compras que el modelo recomienda cerrar)

- $MontoVentNuevas(t) = \sum_{k \in \mathcal{D}} xfvt(i,t)fwd(k,t) + \sum_{k \in \mathcal{D}} xsvt(i,t)fwd(k,t)$

  ($) Representa el ingreso de las ventas nuevas para cada t (son las ventas que el modelo recomienda cerrar)

- $CostoTransp(t) =$

$$\sum_{i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}} cop(i,j,t)xop(i,j,t) + \sum_{i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{D}} cod(i,k,t)xod(i,k,t) + \sum_{j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{D}} cpd(j,k,t)xpd(j,k,t)$$

  ($) Representa el costo total de transportes para cada t (de origen a planta, de origen a destino y de planta a destino)

- $CostoConservOrig(t) = \sum_{i \in \mathcal{O}} cot(i,t)siloborig(i,t)$

  ($) Representa el costo total de conservación en orígenes para cada t

- $CostoConservPlan(t) = \sum_{j \in \mathcal{P}} cpt(i,t)xpt(i,t)$

  ($) Representa el costo total de conservación en plantas para cada t

- $CostoIngPlanta(t) = \sum_{i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}} cingplant(j,t)xop(i,j,t)$

  ($) Representa el costo de ingreso a planta para cada t

Llamando *tasaint* a la tasa de interés anual vigente al momento de correr el modelo, podemos definir la función objetivo a maximizar:

$$\begin{aligned} Profit = \sum_{t \in \mathcal{T}} e^{\frac{-(t-1)tasaint}{12}} \big(& MontoVentPactadas(t) - MontoCompPactadas(t) - \\ & MontoCompNuevas(t) + MontoVentNuevas(t) - CostoTransp(t) - \\ & CostoConservOrig(t) - CostoConservPlan(t) - CostoIngPlanta(t) \big) \end{aligned}$$

Si la oferta y la demanda estuvieran balanceadas (o acotadas), la solución al problema de flujo de mínimo costo, planteado con la función objetivo y las restricciones anteriormente descriptas, representaría la logística óptima a ejecutar.

4.3. Oferta $\neq$ demanda

Como dijimos anteriormente, las compras y ventas suelen no estar balanceadas lo que nos inhabilita a buscar en el polítopo de flujos factibles. Por ello, agrandamos el conjunto de soluciones posibles dejando que el modelo sugiera nuevos contratos de compra o venta para balancear las operaciones y así poder cumplir con todos los retiros y las entregas pactadas. Como mencionamos anteriormente, valuamos estas nuevas operaciones usando los precios forward en destinos para las ventas, y para las compras los precios forward en los orígenes definidos en la sección anterior. (Ver definición 4.2.3)

Estos contratos de compra y venta siempre pueden ser firmados por La Empresa para ejecutarlos en períodos futuros.

Dado que el modelo siempre resolverá la mejor disposición de los nuevos contratos optimizando la ganancia, podría suceder que tengamos nuevas operaciones que generen ingresos, independientemente de los contratos previamente firmados. Sería un circuito:

$$\textbf{NuevaCompra} \rightarrow \textbf{Traslado/Conservación} \rightarrow \textbf{NuevaVenta}$$

que no incluye los contratos ya firmados. Con lo cual, no se podría obtener un flujo factible ya que el modelo buscará generar la mayor cantidad de operaciones multiplicando este circuito, obteniendo así soluciones no acotadas. Una parte importante de la contribución de este trabajo es generar un modelo donde se permitan operaciones nuevas para que el resultado sea factible, pero a la vez realista. Resulta entonces que debemos limitar las nuevas operaciones y que acotando solo la compra, nos basta para que el modelo quede balanceado con el límite de operaciones extra que impondremos como cota. Las ventas nunca podrán superar el máximo de compras nuevas realizadas, más las compras prepactadas.

A continuación describiremos como obtenemos la cota que hace que el modelo tenga solución factible. En la sección siguiente demostraremos que además es la *mínima* cantidad de toneladas que La Empresa deberá comprar para que se puedan concretar las entregas y retiros de todos los contratos pactados con anterioridad.

Hay que tener en cuenta que el paso del tiempo en esta instancia es muy importante. Pensemos en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 4.3.1 (Nuevas operaciones)**.** Consideremos un origen y un único destino, con una posible disposición de compras y ventas que se muestra en la tabla 4.2. Allí también figuran las correspondientes compras extras que deben realizarse para cada período. Notar que observando los totales, aunque la cantidad de compras supera a las ventas, se necesitan realizar 2 compras extras de 100 toneladas cada una. Esto se debe a que se necesitan entregar 300 toneladas antes del $t = 3$, y hasta ese t sólo hay compradas 100 toneladas. Una vez impuesta la cota, el modelo eligirá el mejor momento para la compra de las toneladas extras. Es decir, en el $t = 2$ se necesitan 100 toneladas extras, el modelo elige si conviene comprarlas en el $t = 1$ o $t = 2$. Lo mismo sucede con las ventas. En este caso, el modelo incorporará 300 toneladas de ventas extra.

Período	Compras	Ventas	Compras extras necesarias
1	100	0	0
2	0	200	100
3	0	100	100
4	100	0	0
5	300	100	0
Total	**500**	**400**	**200**

Tabla 4.2: Compras extras necesarias por período, dadas compras y ventas prepactadas

Veamos el cálculo preciso que utilizamos para definir cuantas toneladas extras se necesitan comprar. Éste debe hacerse para cada t desde $t = 1$ a T_{final} y consiste en ir totalizando las compras y ventas pactadas con anterioridad en cada t manteniendo un *inventario total* teniendo en cuenta las compras y ventas en los t anteriores. Cuando ese inventario total es negativo (compras $-$ ventas < 0) — significando que se necesitan nuevas compras para satisfacer las ventas prepactadas — se asigna a cero y se permite una *compra adicional* por esa cantidad. Mientras el inventario se mantenga positivo (más compras que ventas) no se permite comprar adicional.

Definimos entonces:

- $ComprasPrepact(t) = \sum_{i \in \mathcal{O}} compcp(i,t) + \sum_{i \in \mathcal{O}} compsp(i,t)$

  Suma de las toneladas compradas en contratos pactados con anterioridad (con precio y sin precio) para cada período $t \in \mathcal{T}$

- $VentasPrepact(t) = \sum_{k \in \mathcal{D}} ventcp(k,t) + \sum_{k \in \mathcal{D}} ventsp(k,t)$

  Suma de las toneladas vendidas en contratos pactados con anterioridad (con precio y sin precio) para cada período $t \in \mathcal{T}$

Entonces para los $1 \leqslant t \leqslant T$:

$$InventarioTot(t) = InventarioTotPosit(t-1) + ComprasPrepact(t) - VentasPrepact(t)$$

y

$$InventarioTotPosit(t) = \text{máx}(0; InventarioTot(t))$$

donde

$$InventarioTotPosit(0) = \sum_{i \in \mathcal{O}} stinio(i) + \sum_{j \in \mathcal{P}} stinip(j)$$

Incluímos los stocks iniciales en orígenes y plantas debido a que hay que tener en cuenta que para el período $t = 1$, es necesario considerar además de las compras los stocks iniciales en los orígenes y plantas; ya que si bien no son operaciones de compra, es mercadería que tendrá que venderse en algún destino en un mes futuro.

Finalmente obtenemos la compra adicional necesaria para cada $t \in \mathcal{T}$:

$$CompraAdicional(t) = InventarioTotPosit(t) - InventarioTot(t) \tag{4.1}$$

De esta forma, si sumamos las compras adicionales para todos los períodos, obtenemos la cota de operaciones mínimas que hace factible al modelo.

$$CotaMinima = \sum_{t \in \mathcal{T}} CompraAdicional(t) \tag{4.2}$$

Entonces la restricción para las nuevas compras queda:

$$\sum_{i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}} \mathit{xfct(i,t)} + \sum_{k \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T}} \mathit{xsct(k,t)} \leqslant CotaMinima \tag{4.3}$$

Notar que estos cálculos se realizan utilizando los datos de los contratos pactados con anterioridad, y se computan previo a la ejecución del modelo, no formando parte de la optimización.

A modo de ejemplo utilizaremos los datos de la tabla 4.2 para ejemplificar el comienzo del cálculo de la cota.

Ejemplo 4.3.2 (Cálculo de las compras adicionales para $t = 1, 2$ usando los datos de la tabla 4.2)**.** En este ejemplo las columnas *Compras(t)* y *Ventas(t)* son las *ComprasPrepact(t)* y las *VentasPrepact(t)* respectivamente, para cada t. Supongamos que no tenemos stock inicial, con lo que $InventarioTotPosit(0) = 0$, de esta forma para calcular el aporte en el $t = 1$ tenemos que hacer:

$$InventarioTot(1) = InventarioTotPosit(0) + ComprasPrepact(1) - VentasPrepact(1)$$

que da:

$$InventarioTot(1) = 0 + 100 - 0 = 100$$

Calculamos el $InventarioTotPosit(1)$

$$InventarioTotPosit(1) = \text{máx}(0; InventarioTot(1))) = \text{máx}(0; 100) = 100$$

Tenemos en el $t = 1$ 100 toneladas de compras por encima de las ventas, no necesitando comprar adicional. El cálculo de la compra adicional para este t, resulta entonces:

$$CompraAdicional(1) = InventarioTotPosit(1) - InventarioTot(1) = 100 - 100 = 0$$

Veamos para el $t = 2$

$$InventarioTot(2) = InventarioTotPosit(1) + ComprasPrepact(2) - VentasPrepact(2)$$

$$InventarioTot(2) = 100 + 0 - 200 = -100$$

Esto muestra que, sumando el inventario que conservamos del t anterior a las nuevas compras, no alcanza para cubrir las ventas en $t = 2$. Faltan exactamente 100 toneladas extra. Asignamos el inventario a cero:

$$InventarioTotPosit(2) = \max(0; InventarioTot(2)) = \max(0, -100) = 0$$

y permitimos comprar adicional por esa cantidad:

$$CompraAdicional(2) = InventarioTotPosit(2) - InventarioTot(2) = 0 - (-100) = 100$$

Continuando hasta el $t = 5$, obtendremos las compras adicionales para cada t. Sumando estas cotas obtendremos la cota final 4.2

4.4. Cota mínima que hace factible al modelo

Para verlo, primero probaremos que la cota 4.2 descripta anteriormente hace factible al modelo, y posteriormente, que es la mínima. Resulta intuitivo que por la forma que construimos la cota 4.2 lo hará factible, y además será la mínima. En definitiva, estamos agregando las compras exactas que el modelo necesita para poder realizar las entregas pactadas en cada t, teniendo en cuenta el inventario que quedó sin entregar del t anterior. La demostración de factibilidad no requerirá demasiado trabajo, aunque para ver que es la mínima tendremos que ver algunos resultados previos.

4.4.1. Demostración de factibilidad

Probaremos que esta cota hace factible al modelo. Esto es, que si permitimos que las nuevas compras no superen este límite, el modelo encuentra solución al problema efectivizándose todas las entregas y retiros de mercadería pactados con anterioridad.

Recordemos que sólo limitamos las compras, y si tuviéramos más compras que ventas el modelo realizará las ventas necesarias para ubicar óptimamente las compras extras.

Para esto, bastará con demostrar que en cada $t_l \in \mathcal{T}$ el acumulado hasta ese t_l de las operaciones pactadas (inventarios + compras - ventas) más el aporte de la cota en *cada* t es mayor o igual que cero. Es decir, que las compras pactadas más las nuevas compras resultan suficientes para las ventas que se tienen prepactadas, en cada momento del tiempo.

Lo que haremos será reemplazar en cada t la $CompraAdicional(t)$ (4.1) de la forma que la definimos, utilizando el $InventarioTotPosit(t)$, las $ComprasPrepact(t)$

y $VentasPrepact(t)$. Reemplazando ésto en el acumulado de operaciones para cada t_l, veremos que en la ecuación resultante se cancelan todas las $ComprasPrepact(t)$, $VentasPrepact(t)$, y también los $InventarioTotPosit(t)$ hasta $t_l - 1$, quedando sólo $InventarioTotPosit(t_l)$, que por definición es positivo. Demostrando así que las compras adicionales de la cota 4.2 son suficientes para cumplir con las obligaciones contractuales pactadas con anterioridad por la empresa.

A continuación desarrollamos esta demostración.

Tomamos los stocks iniciales[12] más el acumulado de las compras y ventas pactadas, agregando el aporte de la cota. Esto es:

$$InventarioTotPosit(0) + \sum_{t=1,..,t_l} ComprasPrepact(t) - \sum_{t=1,..,t_l} VentasPrepact(t) + \sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t)$$

Reemplazamos

$$\sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t) = \sum_{t=1,..,t_l} \big(InventarioTotPosit(t) - InventarioTot(t)\big)$$

y como $InventarioTot(t) = InventarioTotPosit(t-1) + ComprasPrepact(t) - VentasPrepact(t)$ nos queda:

$$\sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t) = \sum_{t=1,..,t_l} \big(InventarioTotPosit(t) - InventarioTotPosit(t-1) - ComprasPrepact(t) + VentasPrepact(t)\big)$$

reemplazando en la ecuación inicial y distribuyendo las sumas resulta que:

$$InventarioTotPosit(0) + \sum_{t=1,..,t_l} ComprasPrepact(t) - \sum_{t=1,..,t_l} VentasPrepact(t) + \sum_{t=1,..,t_l} \big(InventarioTotPosit(t) - InventarioTotPosit(t-1)\big) - \sum_{t=1,..,t_l} ComprasPrepact(t) + \sum_{t=1,..,t_l} VentasPrepact(t)$$

y cancelando las sumas de las compras y ventas prepactadas:

[12] Recordemos que los stocks iniciales los definíamos como $InventarioTotPosit(0) = \sum_{i \in \mathcal{O}} stinio(i) + \sum_{j \in \mathcal{P}} stinip(j)$

$$InventarioTotPosit(0) + \sum_{t=1,..,t_l} \big(InventarioTotPosit(t) - InventarioTotPosit(t-1) \big)$$

resolviendo la sumatoria:

$$\begin{aligned} InventarioTotPosit(0) - InventarioTotPosit(0) + InventarioTotPosit(1) - \\ InventarioTotPosit(1) + ... + InventarioTotPosit(t_l - 1) - \\ InventarioTotPosit(t_l - 1) + InventarioTotPosit(t_l) \end{aligned}$$

en definitiva nos queda solamente el sumando con el t_l.

$$InventarioTotPosit(t_l)$$

Que por definición resulta mayor o igual que cero.

Con esto hemos probado que el aporte de la cota en cada t hace factible al modelo. Veamos ahora, que además, este valor resulta el mínimo.

4.4.2. Demostración que la cota encontrada es la mínima

Ahora veremos que la cota 4.2 es la mínima. Lo haremos por el absurdo. Es decir, supondremos que existe una cota que es menor que la 4.2 y usando esa cota, llegaremos a un absurdo. En este caso, el absurdo será que utilizando un límite menor para las nuevas operaciones, el modelo no resultará factible para algún $t \in \mathcal{T}$.

La cota menor (así llamaremos a la cota que supondremos menor que la cota mínima 4.2) será una suma de compras adicionales para cada t. Se puede ver que existe un t_l donde se cumple que:

1. La suma de los aportes hasta t_l de la cota menor es estrictamente menor que la suma de los aportes de la cota mínima.

2. El aporte de la cota menor en ese t_l es estrictamente menor que el de la cota mínima también en t_l.

Estas dos condiciones nos permitirán ver que $InventarioTotPosit(t_l) = 0$ significando que no tengo inventario sin entregar de los t anteriores. Esto es, en el t_l el aporte de la cota 4.2 balancea a cero las entregas con los retiros. Dado que el aporte de la cota menor es estrictamente menor que la cota 4.2, concluiremos que no es factible.

Para verlo, planteamos 1, y reemplazando los valores de los aportes de la cota 4.2, observamos que el acumulado hasta t_l de las operaciones prepactadas mas los aportes de la cota menor, resulta estrictamente menor que $InventarioTotPosit(t_l)$, que como dijimos es 0. Con lo cual, el aporte de la cota que supusimos menor que la encontrada, no basta para cumplir con todas las obligaciones prepactadas. Obteniendo el absurdo que buscábamos.

A continuación desarrollamos esta demostración.

Supongamos que existe una cota $CotaMenor$, que hace factible el modelo y que $CotaMenor < CotaMinima$.

Sea $CotaMenor = \sum_{t \in \mathcal{T}} AdicMenor(t)$ siendo $AdicMenor(t)$ las compras extras para cada t que aporta esta cota.

Como $CotaMenor$ es menor que $CotaMinima$:

$$\sum_{t \in T} AdicMenor(t) < \sum_{t \in T} CompraAdicional(t)$$

Afirmamos que podemos encontrar un $t_l \in \mathcal{T}$ que cumple estas dos condiciones:

- El acumulado hasta t_l de lo que aporta la $CotaMenor$ es menor que el acumulado de lo que aporta la $CotaMinima$:

$$\sum_{t=1,..,t_l} AdicMenor(t) < \sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t)$$

- En ese t_l se cumple puntualmente que:

$$AdicMenor(t_l) < CompraAdicional(t_l)$$

  independientemente que en algunos $t < t_l$, $AdicMenor(t) > CompraAdicional(t)$.

Esto es, porque siendo $\sum_{t \in T} AdicMenor(t) < \sum_{t \in T} CompraAdicional(t)$, existe un t_l, tal que $\sum_{t=1,..,t_l} AdicMenor(t) < \sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t)$. Si ese t_l no cumple que $AdicMenor(t_l) < CompraAdicional(t_l)$, busco en uno menor y como $AdicMenor(t_l) \geqslant CompraAdicional(t_l)$, se seguirá cumpliendo la desigualdad de las sumas acumuladas hasta t_{l-1}. Repito este proceso, hasta encontrar el t_l indicado, que existe dado que si no, $AdicMenor(t) \geqslant CompraAdicional(t), \forall t \in \{1,..,t_l\}$; lo que es absurdo ya que $\sum_{t=1,..,t_l} AdicMenor(t) < \sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t)$.

Tengamos en cuenta, que en ese t_l, tendremos que $CompraAdicional(t_l) > 0$, ya que

$$0 \leqslant AdicMenor(t_l) < CompraAdicional(t_l)$$

y entonces como por definición

$$0 < CompraAdicional(t_l) = InventarioTotPosit(t_l) - InventarioTot(t_l)$$

Dado que $InventarioTotPosit(t_l) = max(0, InventarioTot(t_l))$, en el caso que $InventarioTot(t_l) > 0$ resultaría que $CompraAdicional(t_l) = 0$.

Entonces debe ser, $InventarioTot(t_l) \leqslant 0$ resultando:

$$InventarioTotPosit(t_l) = 0$$

Ahora planteamos la desigualdad y veamos que llegamos a un absurdo.

Tomamos el t_l como dijimos anteriormente, y sabemos que:

$$\sum_{t=1,..,t_l} AdicMenor(t) < \sum_{t=1,..,t_l} CompraAdicional(t)$$

Reemplazando $CompraAdicional(t)$ tenemos:

$$\sum_{t=1,..,t_l} AdicMenor(t) < \sum_{t=1,..,t_l} \big(InventarioTotPosit(t) - InventarioTotPosit(t-1) - \\ ComprasPrepact(t) + VentasPrepact(t)\big)$$

Es fácil ver que:

$$\sum_{t=1,..,t_l} \big(InventarioTotPosit(t) - InventarioTotPosit(t-1)\big) = \\ InventarioTotPosit(t_l) - InventarioTotPosit(0)$$

Y pasando las compras, las ventas y el $InventarioTotPosit(0)$ a la izquierda de la desigualdad, nos queda:

$$\sum_{t=1,..,t_l} \big(ComprasPrepact(t) - VentasPrepact(t) + AdicMenor(t)\big) \\ +InventarioTotPosit(0) < InventarioTotPosit(t_l)$$

pero, según lo que vimos antes, $InventarioTotPosit(t_l) = 0$, entonces nos queda que en definitiva:

$$\sum_{t=1,..,t_l} \big(ComprasPrepact(t) - VentasPrepact(t) + AdicMenor(t)\big) \\ +InventarioTotPosit(0) < 0$$

resultando que las compras pactadas más las nuevas compras (aportadas por la $CotaMenor$) y el stock inicial[13], no resultan suficientes para las ventas que se tienen prepactadas, hasta ese t_l. Haciendo que el modelo resulte no factible. Supusimos que existía una cota menor que $CotaMinima$, y llegamos a un absurdo. Comprobando así, que la $CotaMinima$ es la menor cota que hace factible al modelo.

[13]Recordemos que $InventarioTotPosit(0)$ es el stok inicial

4.5. Replanteo para ver la factibilidad del problema

En nuestro problema, dado que todavía no sabemos cuál va a ser la oferta que vamos a usar ya que es variable, es necesario que manipulemos levemente el grafo para plantearlo como un problema de Flujo de Mínimo Costo.

Para que pueda ser planteado como problema de Flujo de Mínimo Costo basta con que se cumpla la restricción 3.4 ($\sum_{i\in N} b(i) = 0$) y que los costos sean positivos. Dado que resulta claro que los costos son positivos, sólo nos resta ver la restricción 3.4.

Haremos el desarrollo para un único período, luego se puede extender esta misma idea a varios períodos consecutivos.

Notemos que en cada origen, planta y destino exigimos conservación de flujo. Es decir, en estos nodos la cantidad de granos que ingresan es igual a la cantidad de granos que egresan.

Recordemos que nuestra oferta esta representada por los contratos de compra firmados, y nuestra demanda por los de venta. Como ya mencionamos, éstos no necesariamente están balanceados, y para conseguir ese balance permitimos que el modelo cierre nuevas operaciones de compra limitadas por una cota que se calcula usando los contratos pactados con anterioridad. Llamemos c a esa cota.

Para poder plantearlo como un típico problema de Flujo de Mínimo Costo incluímos dos nodos al inicio que llamaremos *CompPact* y *CompNvas* que representaran respectivamente las compras pactadas con anterioridad y las nuevas operaciones que el modelo recomiende cerrar. Por otro lado, agregamos dos nodos al final del grafo que llamaremos *VtasPact* y *VtasNvas* que representaran las ventas pactadas con anterioridad y las nuevas operaciones de venta. Incluiremos arcos que conectarán los nodos *CompNuevas* y *CompPact* con todos los orígenes, y todos los destinos con los nodos finales *VtasPact* y *VtasNvas*. Además, agregamos el arco $(CompNvas, VtasNvas)$ conectando los nodos de las nuevas operaciones. Ver Figura 4.5

Veamos cómo consideramos ahora las capacidades de los arcos para que se respeten las ofertas y demandas originales (contratos ya firmados) y permitirle al modelo realizar nuevas operaciones de compra.

La oferta en el nodo *CompPact* resulta la totalidad de las toneladas de los contratos ya firmados (compras pactadas con precio y sin precio):

$$\mathit{toncomp} = \sum_{i\in\mathcal{O}} \mathit{compcp}(i) + \sum_{i\in\mathcal{O}} \mathit{compsp}(i)$$

La oferta en el nodo *CompNvas* es la cota c que encontramos.

La demanda de *VtasPact* será la totalidad de las toneladas vendidas en los contratos pactados (ventas pactadas con precio y sin precio):

$$\mathit{tonvent} = \sum_{k\in\mathcal{D}} \mathit{ventcp}(k) + \sum_{k\in\mathcal{D}} \mathit{ventsp}(k)$$

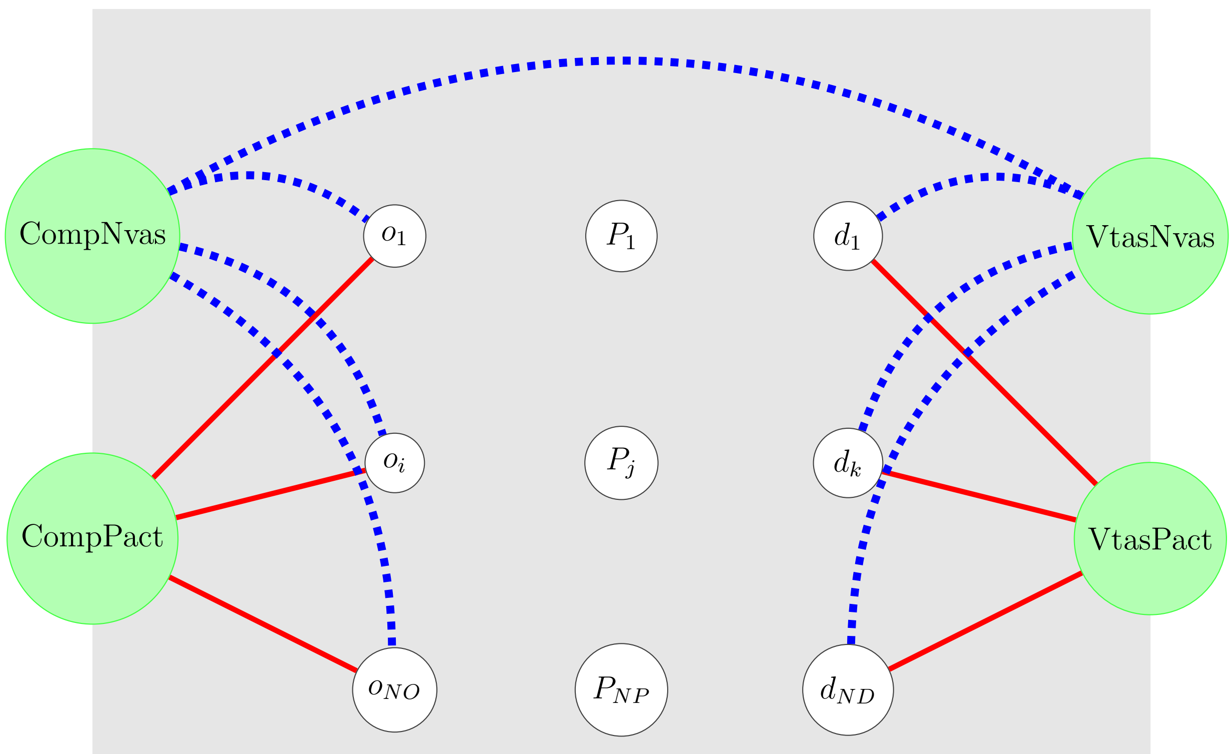


Figura 4.5: Nuevos arcos definiendo operaciones nuevas y pactadas. Los arcos rectos tienen capacidad **fija** (compras y ventas pactadas con anterioridad). Y los arcos en línea punteada y curvos son **variables** (nuevas compras y ventas que determinará el modelo)

La demanda del nodo *VtasNvas* será $toncomp + c - tonvent$.

Veremos que con las restricciones de capacidad garantizaremos las ventas pactadas con anterioridad. Así, entonces queda:

$$b(CompPact) = toncomp \tag{4.4}$$

$$b(CompNvas) = c \tag{4.5}$$

$$b(VtasPact) = -tonvent \tag{4.6}$$

$$b(VtasNvas) = -toncomp - c + tonvent \tag{4.7}$$

Para garantizar que las compras que deben realizarse en cada origen se efectivicen, restringimos las capacidades de los arcos $(CompPact, i)$ para cada $i \in \mathcal{O}$. Si la capacidad del arco es *xcp(CompPact,i)*, la fijamos como:

$$\textit{xcp(CompPact,i)} = \textit{compcp(i,t)} + \textit{compsp(i,t)}; \forall i \in \mathcal{O} \tag{4.8}$$

Y para garantizar que las ventas en cada destino se efectivicen, fijamos:

$$\textit{xvp(k, VentPact)} = \textit{ventcp(k,t)} + \textit{ventsp(k,t)}; \forall k \in \mathcal{D} \tag{4.9}$$

Definimos el arco $xCnVn$ que conecta las compras nuevas con las ventas nuevas. Este arco, de costo cero y con capacidad máxima c, llevará las toneladas que el modelo **no** necesite comprar de lo disponible por la cota c.

La totalidad de las compras nuevas tienen a c como cota general, distribuída en todos los orígenes y el arco $xCnVn$:

$$c = \sum_{i \in \mathcal{O}} \textit{xcn(CompNvas,i)} + xCnVn \tag{4.10}$$

Las ventas nuevas en cada destino quedan acotadas por la conservación de masa en el nodo *VentNvas*:

$$\sum_{k \in \mathcal{D}} \textit{xvn(k, VentNvas)} + xCnVn = c + toncomp - tonvent; \forall k \in \mathcal{D} \tag{4.11}$$

De esta forma, para que el modelo se pueda plantear como un problema de flujo de mínimo costo en el formato estándar solo nos resta ver la conservación de flujo con los nodos agregados.

Queremos ver que:

$$\sum_{n \in N} b(n) = 0$$

Dado que en todos los nodos intermedios exigimos conservación de flujo, esto es:

$$b(n) = 0; \forall n \in (\mathcal{O} \cup \mathcal{P} \cup \mathcal{D})$$

solo nos quedan los nodos donde hay oferta y demanda. Así:

$$\sum_{n \in N} b(n) = b(CompNvas) + b(CompPact) + b(VtasNvas) + b(VtasPact)$$

y reemplazando en el lado derecho, nos queda:

$$c + toncomp - c - toncomp + tonvent - tonvent = 0$$

Obteniendo el resultado buscado.

Capítulo 5

Extensiones al modelo básico

A continuación describiremos algunas modificaciones al modelo que planteamos anteriormente. Estos replanteos son alternativos, y complementan el inicial. Responden a demandas que podrían tener las empresas vinculadas a la intermediación de granos.

5.1. Cota con más soltura por cuencas

Para los casos en los que se podría dar un costo excesivo en transportes introducimos otro tipo de cota para las nuevas operaciones. Esta cota es más permisiva, y al admitir más operaciones, favorece el aumento de la función *Profit*.

Antes de describir el desarrollo para la generación de esta nueva cota, introducimos el concepto de *cuenca*, que queda definido para cada destino $k \in \mathcal{D}$ y cada $t \in \mathcal{T}$. Es el conjunto de orígenes y plantas que tienen a ese destino particular como *destino natural* (ver definiciones (4.2.2) y (4.2.4)) Así, para cada destino $k \in \mathcal{D}$ y $t \in \mathcal{T}$ queda definida:

Definición 5.1.1 (Cuenca: es el conjunto de todos los orígenes y plantas que tienen, para el tiempo $t \in \mathcal{T}$, a $k \in \mathcal{D}$ como destino natural)**.**

$$cuenca(k,t) := \left(\cup_{\{o:desnat(o,t)=k\}}\, o \right) \bigcup \left(\cup_{\{p:desnat(p,t)=k\}}\, p \right); k \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T}$$

En el planteo anterior utilizamos la cota mínima para que el problema tenga una solución factible. Esa cota consigue que haya flujos factibles, pero podría suceder que se generen intercambios entre cuencas, haciendo que posiblemente se eleven los costos. En cambio la cota que veremos ahora, y que tiene más soltura (más compras posibles), permite que se realicen operaciones para satisfacer los desbalances **por cuenca**, haciendo que no sean necesarios los intercambios entre cuencas.

Veamos la diferencia con un ejemplo sencillo:

Ejemplo 5.1.1 (Desbalances por cuenca)**.** Supongamos que tenemos sólo dos cuencas definidas por d_1 y d_2. Con compras por 100 toneladas en la cuenca d_1 y ventas también

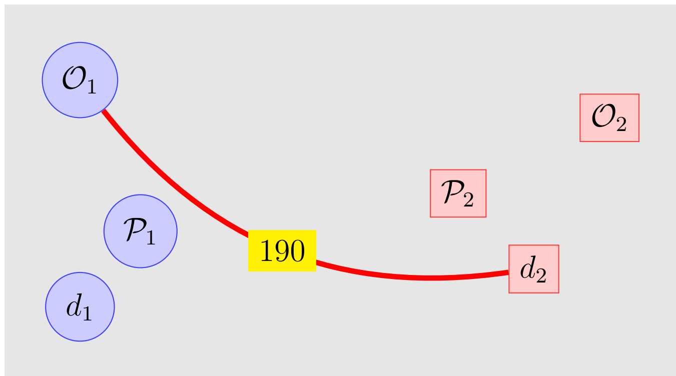


Figura 5.1: Traslados sin incorporar nuevas operaciones de compra y venta. El costo de flete es de 190 por tonelada

por 100 en la cuenca d_2; y para simplificar, un único período. Usando la cota restrictiva, no permitiríamos comprar adicional, ya que estarían balanceadas las compras y las ventas. Pero, podría pasar que el costo de trasladar la mercadería de la cuenca d_1 a la cuenca d_2 sea muy alto, digamos que es de \$ 190 por tonelada transportada. En este caso, tendríamos la misma cantidad de operaciones inicial (no realizamos nuevas compras), y dado que estamos transportando 100 toneladas a un costo de 190 por tonelada; nos queda costo total de transporte de 100 x \$ 190 = \$ 19.000.

Si, en cambio, usáramos la cota que tiene más soltura, que sólo toma en cuenta las operaciones dentro de las cuencas, permitiría comprar en los orígenes de la cuenca d_2 lo que hay que vender en el destino d_2, ya que allí no había ninguna compra pactada. Y en la cuenca d_1 se venderá la cantidad que se había pactado comprar en los orígenes de la cuenca d_1. Aquí podríamos tener más operaciones, *siempre y cuando sea conveniente*. Recordemos que podríamos no concretar nuevos contratos si es que el precio de compra es caro, o el precio de venta es bajo. La cota limita la cantidad de nuevas operaciones, pudiendo éstas realizarse o no. En este caso (ver la tabla 5.1 con los valores de compra y venta), la compra de 100 toneladas en los orígenes de la cuenca d_2 alcanza la suma de 100 x \$ 1.750 = \$ 175.000, y las ventas en la cuenca d_1 le aportan un ingreso a La Empresa de 100 x \$ 1.800 = \$ 180.000. Cerrando estas nuevas operaciones, los costos de transportes (ver tabla 5.2 de costos de transportes) bajan a 100 x \$ 60 = \$ 6000 para la cuenca 1, y 100 x \$ 70 = \$ 7.000 para la cuenca 2. En definitiva, estos nuevos contratos tienen un costo para La Empresa de \$ 8.000 = (180.000 - 175.000 - 6.000 - 7.000) que comparando con el costo usando la cota más restrictiva de \$ 19.000, resulta inferior.

Observemos que no solamente se puede obtener una mejora en el costo de los transportes, sino que también se pueden encontrar nuevas operaciones de compra y venta que aporten ingresos. Al hacer más grande el conjunto de las nuevas operaciones, permitimos

	Costo nueva compra	Ingreso nueva venta
Cuenca d_1	1850	1800
Cuenca d_2	1750	1700

Tabla 5.1: Costo e ingresos para las nuevas operaciones

de cuenca	a cuenca	Valor transporte
d_1	d_1	70
d_2	d_2	60
d_2	d_1	200
d_1	d_2	190

Tabla 5.2: Costo de los transportes para las cuencas d_1 y d_2

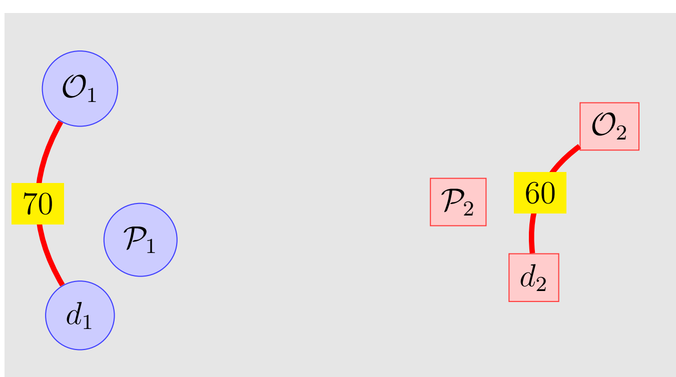


Figura 5.2: Traslados incorporando nuevas operaciones de compra y venta. El costo de flete es de 70 + 60 por tonelada transportada en cada caso

al modelo tener mayor flexibilidad para encontrar mejores transacciones y transportes.

Notar que nunca tuvimos en cuenta los costos de compra y venta prepactados para realizar las cuentas. Esto es porque son costos que ya están fijados, independientemente de los transportes o nuevas operaciones que realicemos.

Para obtener la cota con más soltura que permite comprar lo mínimo indispensable para que sea factible por *cuenca*, procedemos de la misma forma pero para cada cuenca.

Definimos las toneladas de compras y ventas, agrupándolas por cuencas, y usamos las mismas definiciones anteriores separando también por cuencas:

- $ComprasPrepact(k,t) = \sum_{i \in \mathcal{O}/i \in cuenca(k,t)} compcp(i,t) + \sum_{i \in \mathcal{O}/i \in cuenca(k,t)} compsp(i,t)$

  Suma de las toneladas compradas en la cuenca k en contratos pactados con anterioridad (con precio y sin precio) para cada período $t \in \mathcal{T}$

- $VentasPrepact(t) = \sum_{k \in \mathcal{D}} ventcp(k,t) + \sum_{k \in \mathcal{D}} ventsp(k,t)$

  Suma de las toneladas vendidas en contratos pactados con anterioridad (con precio y sin precio) para cada período $t \in \mathcal{T}$

- $InventarioTot(k,1) = \sum_{i \in \mathcal{O}/i \in cuenca(k,t)} stinio(i) + \sum_{j \in \mathcal{P}/j \in cuenca(k,t)} stinip(j)$[1] $+ ComprasPrepact(k,1) - VentasPrepact(k,1)$

- $InventarioTotPosit(k,t) = \max(0, InventarioTot(k,t))$

Entonces para los $2 \leqslant t \leqslant T$:

$$InventarioTot(k,t) = InventarioTotPosit(k,t-1) + ComprasPrepact(k,t) - VentasPrepact(k,t)$$

Finalmente obtenemos la compra adicional necesaria para cada cuenca $k \in \mathcal{D}$, $t \in \mathcal{T}$:

$$CompraAdicional(k,t) = InventarioTotPosit(k,t) - InventarioTot(k,t)$$

De esta forma, si sumamos las compras adicionales para todas las cuencas y todos los períodos, obtenemos la cota con mayor soltura que hace factible al modelo

$$CotaSolt = \sum_{k \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T}} CompraAdicional(k,t)$$

Entonces la restricción con más soltura, para las nuevas compras queda:

[1] Incluímos los stocks iniciales en orígenes y plantas, ya que hay que tener en cuenta que para el período $t = 1$, es necesario considerar además de las compras los stocks iniciales en los orígenes, plantas y destinos; ya que si bien no son operaciones de compra, es mercadería que tendrá que venderse en algún destino en un mes futuro.

$$\sum_{i\in\mathcal{O},t\in\mathcal{T}} xfct(i,t) + \sum_{k\in\mathcal{D},t\in\mathcal{T}} xsct(k,t) \leqslant CotaSolt$$

Notar que las operaciones nuevas permitidas pueden realizarse en cualquier origen, destino y momento.

En el modelo para obtener la cota final se decidió optar por una combinación lineal entre las dos cotas, dependiendo de una variable ingresada por el usuario: si esa variable está entre 0 y 1 es una combinación convexa entre lo mínimo indispensable para que sea factible, y lo que hace falta por cuenca. Si es mayor a 1, toma un porcentaje adicional a lo necesario por cuenca.

5.2. Inclusión de dos calidades de granos

Ya mencionamos que hay diferentes calidades de granos. Algunos pueden estar con humedad, partidos, con suciedad, con algún hongo, etc. Cada condición requiere un tratamiento distinto. Dado que para el cultivo de soja, el problema más común consiste en el grano húmedo, decidimos solo modelar este tipo de calidad. La humedad del grano se establece en el momento que se esta cosechando, y depende principalmente de las lluvias cercanas al período de recolección. Se define la humedad como un valor que da el porcentual de contenido de agua de los granos. Los que posean más de 13.5 % de humedad, se consideran fuera del estándar para la comercialización. Éstos granos son enviados a las plantas donde mediante secadoras, que no dañan el grano, se quita el contenido de humedad no deseado, para llevarlo a las condiciones admitidas en los mercados.

Un detalle importante de esto, es la variación del peso del grano. Los lotes que poseen más humedad que otros, al ser secados disminuyen su peso, dado que con el proceso se elimina el "agua" que tenían los granos. Así, cada lote que se "seca" pierde peso según una tabla que indica, de acuerdo a los puntos porcentuales disminuidos, el peso perdido por tonelada.

Para modelar esto, establecimos dos tipos de calidades de soja,

- *seca*
- *húmeda*

La soja *seca* será la que tiene menos de 13.5 % de humedad, y tiene la libertad de ser transportada desde el origen a las plantas (para conservarla y esperar mejores precios) o a los destinos (para nuevas ventas o entregas). También podría ser conservada en los orígenes si fuera conveniente. En cambio, la soja *húmeda* dado que no puede ser conservada en ese estado, debe ser enviada a las plantas para su secado, con el consiguiente costo que va a cargo del productor, y la pérdida de peso una vez realizado el proceso.

De esta forma, planteamos dos grafos paralelos, donde separamos las dos calidades con las restricciones que le corresponden a cada una.

Dependiendo de las topografías de los lotes (si son bajos, bien drenados, etc), del historial del lote y el pronostico de lluvias, se pueden predecir los niveles de humedad de cada uno. Así, el modelo toma como entrada el porcentaje de cada tipo de soja en cada origen. Este parámetro es ingresado por el usuario, y se puede ejecutar:

- a nivel de origen: usando los pronósticos del tiempo a futuro en las cercanías de donde proviene el lote
- a nivel de contrato: usando el historial y conocimiento del lote que corresponde a cada operación de compra.

Si bien la humedad es un continuo y difiere en cada lote, para el modelo consideramos un porcentaje de humedad para la totalidad de los granos que tienen esta calidad. Esto también queda definido por el usuario, tomando un promedio del historial de porcentajes de humedad de los lotes comercializados en años anteriores.

Con estos parámetros quedan definidas las dos calidades de grano. Respetando la restricción de proceso que debe tener la soja *húmeda*, con su correspondiente pago de servicio y la pérdida de peso.

Así, consideremos que tenemos el parámetro de porcentaje de granos húmedos definido por orígenes, y modificando los flujos que parten de los orígenes, nos queda:

- $PorcHum(i,t)$= Porcentaje de granos con humedad en origen i en el tiempo t
- $GranoSec(i,t) = ComprasPrepact(i,t)(1 - PorcHum(i,t)); i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}$
- $GranoHum(i,t) = ComprasPrepact(i,t)PorcHum(i,t); i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}$

Dividimos los flujos que salen de los orígenes, en grano seco y grano húmedo. Estos serán los posibles transportes:

- $xopd(i,j,t)$=Grano seco que se transporta de origen i a planta j, en el tiempo t
- $xodd(i,k,t)$=Grano seco que se transporta de origen i a destino k, en el tiempo t
- $xoph(i,j,t)$= Grano húmedo transportado de origen i a planta j en el tiempo t

Sujeto a las siguientes restricciones:

- Los granos secos pueden ir a plantas, a destinos o ser conservados en orígenes :
  $xot(i,t)+ GranoSec(i,t)+xfct(i,t)=xot(i,t+1)+\sum_{j\in\mathcal{P}} xopd(i,j,t)+\sum_{k\in\mathcal{D}} xodd(i,k,t);$
  $i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}$
- Los granos húmedos deben ser enviados a plantas para su proceso:
  $GranoHum(i,t)=\sum_{j\in\mathcal{P}} xoph(i,j,t);\ i \in \mathcal{O}, t \in \mathcal{T}$

Agregamos a la función *Profit* los costos de procesos y descarga en las plantas:

- $CostoProceso(t) = \sum_{i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}} xoph(i, j, t)\, CostoSecado(j)$

El secado de los granos que tienen humedad, le quita peso al lote en una proporción que está determinada por el nivel del mismo. Debemos modelar esta pérdida para todos los granos que ingresan a planta con humedad.

Definimos el parámetro *weightloss* que determina el procentaje de pérdida por secado del grano[2]. Y entonces la conservación de flujo de ingreso y egreso en las plantas queda para $j \in \mathcal{P}$ y tiempo $t \in \mathcal{T}$:

$$\sum_{i \in \mathcal{O}} xopd(i,j,t) + \Big((1 - weightloss) \sum_{i \in \mathcal{O}} xoph(i,j,t)\Big) + xpt(j,t) = \sum_{k \in \mathcal{D}} xpd(j,k,t) + xpt(j,t{+}1)$$

Aquí es necesario realizar una aclaración, dado que ahora no tendremos conservación de flujo en todos los nodos. Esto se puede resolver, agregando a cada planta un arco de costo cero que conecta la pérdida por secado en cada planta con el nodo *VentNvas*. Obteniendo así nuevamente $\sum_{n \in N} b(n) = 0$.

Agregando estos nuevos parámetros y variables, y cambiando la restricción de la conservación de flujo en las plantas por esta última, el modelo incorpora dos tipos de calidades de granos respetando las características de cada una.

5.3. Otras posibles expansiones

Una vez planteado el modelo básico, no resulta tan complejo realizar algunas modificaciones para incorporar nuevas expansiones. A continuación describimos brevemente otras posibles expansiones.

5.3.1. Incorporar varias calidades de granos

Una posible expansión podría ser la incorporación de varias calidades de granos. En ese caso deberíamos multiplicar la red tantas veces como combinación de calidades tengamos, combinando todas las posibles. Es decir, si la posibilidad es tener granos con dos características (A y B), tendríamos 4 copias de la red, una para cada combinacón (ver tabla 5.3)

Esto es para el caso que sean diferentes los procesos para cada una de las opciones, y así los costos y los posibles transportes, también se modifican. Podría suceder que existiera una única planta para el procesado de una de las calidades, y entonces deberíamos restringir el transporte de todos los granos que poseen esa calidad a esa planta en particular.

[2]El parámetro *weightloss* puede obtenerse del historial de los lotes cosechados con humedad.

Copia de la red	Calidad A	Calidad B
1	OK	OK
2	OK	No OK
3	No OK	OK
4	No OK	No OK

Tabla 5.3: Número de redes para dos tipos de calidades diferentes

5.3.2. Modelo multigranos

Otra posible expansión que podría surgir, es el modelo *multigrano*. Es decir, un modelo que contemple no solo el transporte y comercialización de soja, sino también otros granos como por ejemplo trigo, avena, cebada, etc. Para esto se tendría que separar los transportes, almacenajes, procesos y compras y ventas; para cada grano en particular. Los transportes, compras y ventas se podrían modelar incorporando una nueva red de ingresos, egresos y transportes. Generando una nueva tabla de costos de transporte, dado que podría haber granos que tengan diferente peso que la soja. Esto es porque con granos más livianos son necesarios más camiones para transportar la misma cantidad de toneladas. Para el almacenaje y procesos tendríamos que replantear el ingreso y egreso en plantas, y sus capacidades. Allí deberíamos tener especial cuidado para no *mezclar* distintos granos en los mismos silos. Y para esto habría que detallar por planta la cantidad de silos y capacidad de cada uno. Permitiendo que en un silo ingrese el mismo grano que ya tenía ese silo y no otro. Habria que modelar entonces, a nivel de silo, y no de planta.

Capítulo 6

Implementando el Modelo

Esta sección presenta la aplicación del modelo con datos reales provistos por una empresa del sector. Esta instancia esta inspirada[1] en lo que podría ser la campaña de soja cosechada en Argentina entre Marzo y Abril de 2012. El modelo se implementó utilizando un LP solver que nos permitió encontrar fácilmente soluciones óptimas al problema. En nuestro caso, usamos `lpsolve` (Eikland and Notebaert). Dado que el problema es de tamaño medio, las corridas con este solver resultaron rápidas. Esta velocidad de resolución computacional asociada al modelo, hace que se pueda correr a demanda y en tiempo real. Las salidas que genera incluyen el ruteo detallado del transporte en tiempo y espacio, la naturaleza de las nuevas transacciones que el equipo comercial debe aspirar a cerrar y varios mapas que aportan información con análisis de sensibilidad.

El período de ventas correspondiente a una campaña puede comenzar varios meses antes de la cosecha y continúa por varios meses más, teniendo en cuenta que el flujo de granos desde la producción hasta los exportadores o molinos comprende varios meses. En este ejemplo, consideramos como fecha inicial para nuestra corrida a Marzo 2012 como t_0 y utilizamos el modelo para encontrar la solución logística y financiera teniendo en cuenta todos los contratos firmados hasta esa fecha. El período de planeamiento es discretizado en $t_1, ..., t_5$ representando los meses desde Abril a Agosto de 2012. Para la dimensión geográfica codificamos en una red de nodos todos los campos, plantas, fábricas y puertos. Geocodificamos estas localidades y computamos las distancias en kilómetros entre cada par utilizando rutas actuales y un sistema GIS. Luego estas distancias, son convertidas a costo de transporte utilizando la tabla que publica CATAC[2] que es el organismo que sugiere los precios de los transportes de granos. En general, éstos terminan siendo los importes que se pactan entre las partes.

A marzo de 2012 los datos presentan 216 contratos de compra por un total de 506.719 toneladas con precio fijado por un valor de $ 833.670.646. A la fecha no había contratos

[1] Los datos presentados fueron distorsionados para preservar la confidencialidad de la Empresa.

[2] Confederación Argentina del Transporte Automotor de Cargas. Para más detalles: www.catac.org.ar.

de compra con precio a fijar. Los montos en dinero estarán siempre expresados como valor presente neto en ese momento, teniendo en cuenta una tasa de descuento del 15 % que es consistente con la realidad de Argentina.

La mayoría de las compras se concentran en los períodos 1 y 2, llegando al máximo en el período 2 que es el pico de la cosecha, y van disminuyendo a lo largo del tiempo. Con respecto a las ventas, tenemos 19 contratos por un total de 371.712 toneladas y un valor de $ 610.429.550; de las cuales 260.621 toneladas son con precio fijado y 111.091 toneladas no tienen precio fijado. Nótese la diferencia entre la cantidad de contratos de compra con los de ventas. Esto se debe a la gran atomización del sector productivo, y la concentración del mercado exportador.

Como existe un desbalance entre la cantidad de toneladas compradas y vendidas, resulta claro que, como mínimo, hay que realizar nuevas operaciones de venta para poder entregar la cantidad de toneladas compradas. Eventualmente, también existe la posibilidad de cerrar nuevas compras para compensar posibles desbalances temporales o por cuencas, dependiendo de la cota que adoptemos. En esta corrida exigiremos mantener las cuencas balanceadas, es decir, tomamos como cota para las nuevas compras la cota que tiene más flexibilidad. Esto hace que La Empresa tenga menos costo de transporte evitando largos recorridos.

Según se explicó previamente, para valuar los contratos sin precio referidos en el párrafo anterior, así como también las nuevas operaciones que el modelo genera, tomamos la curva de precios forward existente al momento de correr el modelo.

Con respecto a nuestras corridas, estimamos que la mayoría de los contratos incluyen un 10 % de la soja en condiciones húmedas, con dos puntos porcentuales por encima del estándar. Esto fuerza a que ese porcentaje de los granos comprados tengan que ser transportados a dichas plantas.

Parametrizado de esta forma, el modelo arroja la solución óptima para la logística y las nuevas operaciones a realizar. La Figura 6.1 resume la salida del modelo mostrando los flujos de transportes entre orígenes, plantas y destinos, para cada período. La idea de la figura es poder comprender visualmente cuál es la logística óptima propuesta por el modelo y ver qué producciones son transportadas a cada planta y a cada puerto. Los orígenes se rotulan con la letra "o" y las plantas y los destinos con las letras "p" y "d", respectivamente. La flechas indican el transporte de granos, donde el ancho es proporcional a la cantidad de toneladas transportadas. Para codificar el tiempo en el mismo gráfico, hicimos que los transportes que se realizan más adelante en el tiempo sean con flechas cada vez más curvas que las iniciales (para el $t = 1$ son rectas) a medida que el transporte se da en tiempos más lejanos. Los orígenes están rotulados con un número que indica las toneladas forward a comprar (nuevas operaciones). Los destinos están rotulados con dos números. Arriba se muestran las toneladas a comprar spot y abajo se muestran las toneladas conjuntas a vender spot y forward. Las plantas están rotuladas con el porcentaje de uso de la misma. En todos los casos estos números suman las operaciones (compras, ventas o uso de plantas) de todos los períodos considerados

Tabla 6.1: Montos y toneladas óptimos para cada período.

Transactions (in ARS)	1	2	3	4	5	Total
Prearranged purchases	-124,593,427	-616,025,502	-71,712,169	-19,888,346	-1,451,202	-833,670,646
Forward purchases at origins	-18,782,649	-75,082,463	0	0	0	-93,865,112
Spot purchases at destinations		0	0	0	0	0
Prearranged sales	242,663,379	320,723,096	27,405,951	8,379,537	11,257,587	610,429,550
Forward and spot sales at destinations	0	0	0	0	397,361,351	397,361,351
Storage costs at origins	0	-2,886,719	-2,571,974	-439,881	-169,810	-6,068,384
Loading costs at processing plants	-19,282	-18,066	-3,151	-1,234	-711	-42,444
Storage costs at processing plants	0	-217,257	-288,355	-329,290	-359,497	-1,194,399
Processing costs	38,564	36,133	6,301	2,469	1,421	84,888
Shipping fees paid by farmers	36,111,070	36,879,830	6,136,731	2,211,905	1,368,509	82,708,045
Shipping costs paid by The Company	-23,618,968	-30,624,984	-3,081,774	-1,301,890	-27,005,864	-85,633,480
PROFIT	**111,798,687**	**-367,215,932**	**-44,108,440**	**-11,366,730**	**381,001,784**	**70,109,369**
Profit/sales	**46.07%**	**-114.50%**	**-160.94%**	**-135.65%**	**93.24%**	**6.96%**
Tonnage	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Total**
Prearranged purchases	235,039	222,874	30,246	11,800	6,760	506,719
Forward purchases at origins	11,082	47,552	0	0	0	58,634
Spot purchases at destinations	0	0	0	0	0	0
Prearranged sales	148,122	193,590	16,000	6,000	8,000	371,712
Forward and spot sales at destinations	0	0	0	0	192,700	192,700

en la figura.

Observando la salida, que se incluye para que el lector pueda apreciar la complejidad de la red, es importante notar como las compras se agrupan por destino (cuencas). Y aunque hay excepciones, cada productor tiende a enviar su cosecha al puerto más cercano. Se observan varios flujos partiendo del mismo origen a diferentes destinos, esto tiene que ver con la dispersión geográfica de la oferta y demanda. También registramos varios flujos con poca cantidad de toneladas a plantas más lejanas que el destino más cercano, esto ocurre dado que la soja con humedad debe obligadamente pasar por las plantas para ser procesada, para luego enviarla a algún destino.

Para ver la salida con un resumen de las cantidades del óptimo encontrado, referiremos al lector a la Tabla 6.1 que muestra los montos de las transacciones y costos, en pesos argentinos todas a Marzo 2012 y los volúmenes físicos en toneladas de cada período. En el panel superior se puede ver el valor presente del flujo de ingresos y egresos, por período. De este modo, estas cantidades pueden sumarse para obtener el ingreso final. El panel inferior de la Tabla 6.1 muestra los flujos de toneladas para cada período y tipo de transacción.

Los montos de la fila *Prearranged Purchases* representan el pago por parte de La Empresa de la suma de las compras cerradas por contrato por período ejecutado. Estos pagos se reparten entre los períodos 1 y 2 concentrándose mayoritariamente en el 2. Los ingresos por ventas prepactadas (*Prearranged Sales*) se concentran también en los períodos 1 y 2, aunque se observan algunos ingresos en los demás períodos.

Notemos que en la fila de las toneladas compradas por contrato (*Tonnage-Prearranged Purchases*) hay más toneladas en el período 1 que en el 2, aunque los pagos, fueron programados para que se efectivicen en períodos posteriores.

Esta primera corrida de ejemplo balancea las operaciones por cuenca. En el óptimo, es necesario comprar 58.634 toneladas adicionales para compensar los desbalances entre

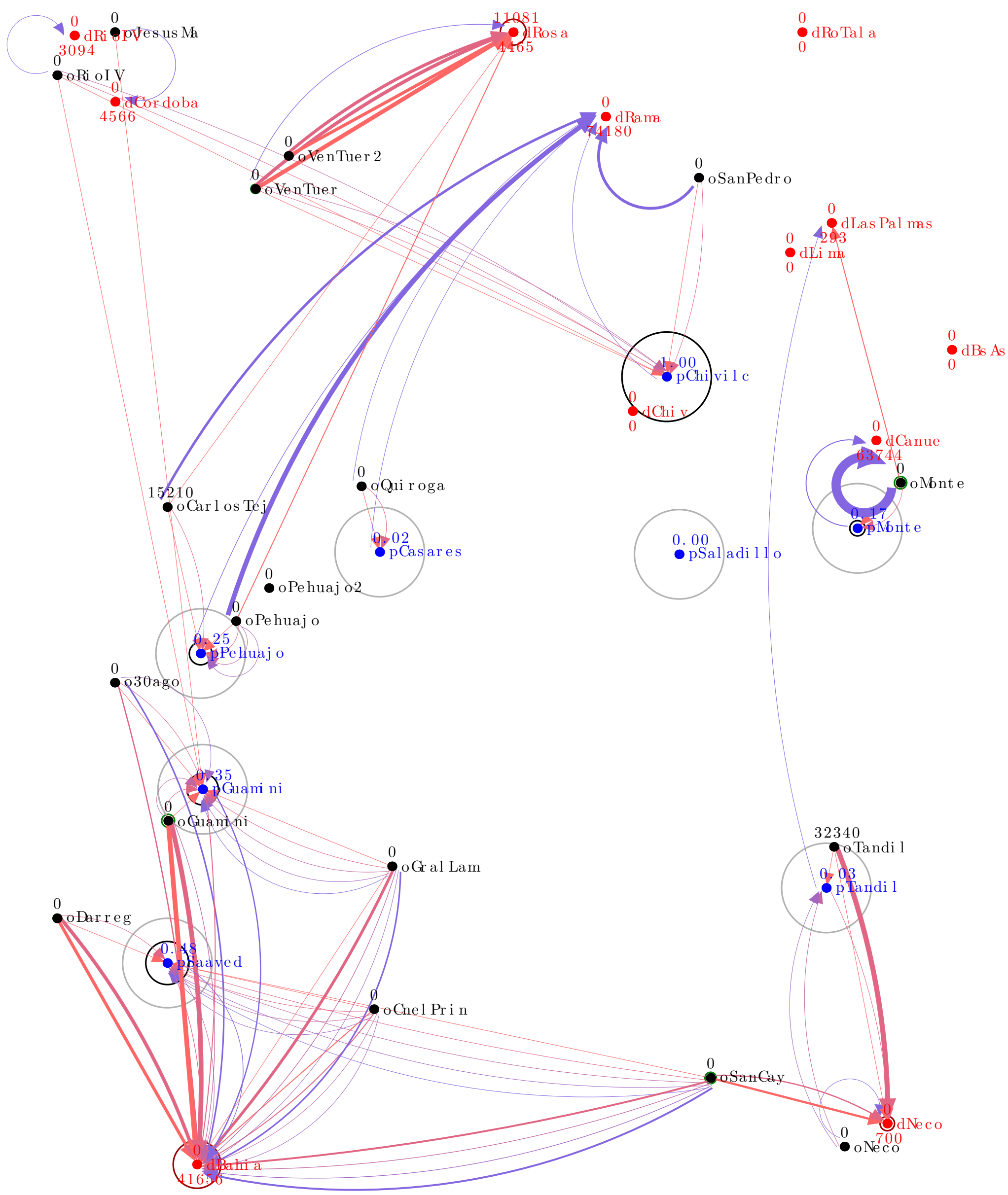


Figura 6.1: Esquema con la logística óptima para todos los t.

compras y ventas, y no forzar a transportar entre diferentes cuencas. Estas nuevas compras (*Forward purchases at origins*) se realizan en los períodos 1 y 2, aún cuando las compras prepactadas ya están superando a las ventas prepactadas. Son planeadas en localidades específicas que permiten compensar los desbalances por cuencas, dado que es más rentable comprar y posteriormente vender dentro de una misma cuenca, que transportar entre cuencas.

En esta instancia no fueron necesarias operaciones nuevas de compra spot en los destinos (*Spot Purchases at Destinations*) para obtener más ingresos.

Todo el inventario remanente (es decir, los granos de los contratos prepactados en stock más las compras nuevas) son transportadas y vendidas en el último período. Observando la Figura 2.1b, los precios forward de soja ascienden a lo largo del tiempo, por lo que resulta conveniente realizar las compras en los períodos cercanos a la cosecha y vender más adelante en el tiempo.

Consiguientemente, la totalidad de las ventas nuevas (*Forward and Spot Sales at Destinations*) que ascienden a 192.700 toneladas necesarias para balancear compras y ventas, se ejecutan en el período $t = 5$. Por supuesto, esto genera un costo mayor de almacenamiento pero el alza en precios lo justifica.

Los costos que afronta La Empresa por la conservación en los orígenes (*Storage Costs at Origins*) ascienden a un total de $ 6.086.384, sin afrontar gastos en el período 1, ya que éstos se pagan a mes vencido. Los costos más altos de conservación se dan mayoritariamente en los orígenes y entre el período 2 y 3. La conservación en plantas (*Storage Costs at Processing Plants*) es mucho menor dado que es un servicio más caro (y el modelo lo evita para no incrementar los gastos), siendo el total para todos los períodos de $ 1.194.399. En la contabilidad, los costos de conservación de planta se imputan como ingresos cuando se aplican a granos húmedos ya que dichos costos son solventados por los productores y éste es un servicio brindado por La Empresa. Los costos de ingreso a planta (*Loading Cost at Processing Plants*) son pagados por el productor cuando los granos están húmedos pero van a costa de La Empresa cuando los granos se ingresan para esperar mejores precios en el futuro. En nuestro ejemplo la mayoría de la mercadería ingresada a Planta es debido a humedad, y entonces resulta un ingreso para La Empresa de $ 42.444.

El caso del transporte es similar. El productor paga el flete (*Shipping Fees paid by Farmers*) a un destino determinado que se fija en cada contrato de compra, incluyendo el costo de la estadía en la planta si fuera necesaria. Sin embargo si los granos son transportados a otro lugar más lejano, ese flete adicional (*Shipping Costs paid by The Company*) va a cargo de La Empresa. Por esta razón, en algunos períodos resulta mayor el costo pagado por los productores que el costo que paga La Empresa. Por ejemplo, en los períodos 1, 2, 3 y 4 se le cobró a los productores el traslado de la mercadería a destino; pero el óptimo del modelo indica que es más conveniente conservar la mercadería en origen y enviarla más adelante, cuando el precio de venta sea más elevado. Así es que La Empresa paga más alto el costo de transporte en el período 5, que es cuando transporta

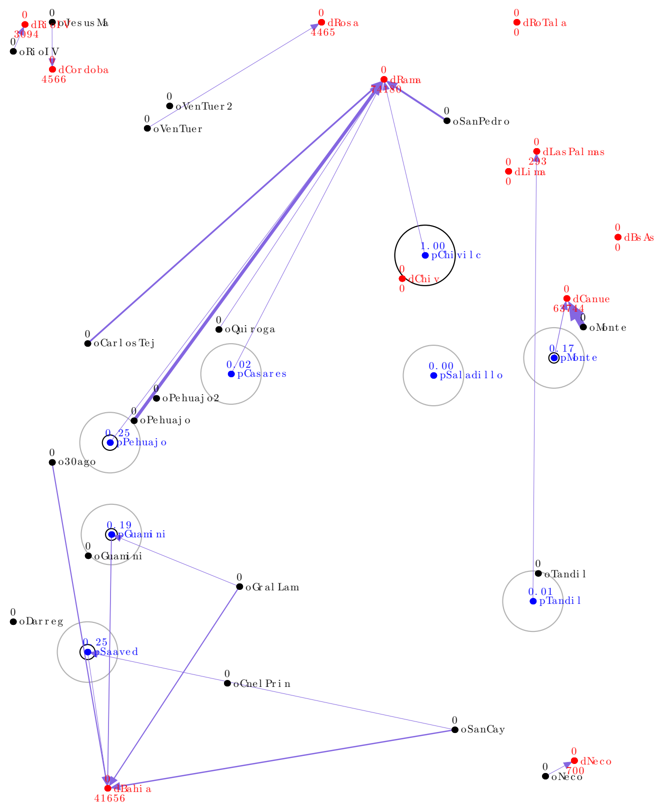


Figura 6.2: Esquema con la logística optima para $t = 5$.

Plant	***Destination***	***Shipping Cost***	***Forward Price at Destination***	***FwdPrice less Shipping Cost***
pTandil	dBahia	239	2,163	1,924
pTandil	dBsAs	242	2,046	1,805
pTandil	dCanue	218	2,129	1,911
pTandil	dChiv	234	1,984	1,749
pTandil	dCordoba	523	2,046	1,523
pTandil	**dLasPalmas**	**259**	**2,196**	**1,937**
pTandil	dLima	262	2,196	1,934
pTandil	dNeco	125	2,026	1,901
pTandil	dRama	314	2,215	1,901
pTandil	dRioIV	462	2,046	1,585
pTandil	dRosa	349	2,215	1,866
pTandil	dRoTala	388	2,215	1,827

Tabla 6.2: Destinos posibles para pTandil en el $t = 5$.

Origen \ Destino Natural	1	2	3	4	5
San Cayetano	dNeco	dBahia	dBahia	dNeco	dBahia

Tabla 6.3: Destinos naturales para cada t del origen San Cayetano

los granos a puerto para concretar las ventas nuevas.

Computando el ingreso total y margen por período se observan las dificultades con que operan este tipo de empresas. Los flujos de ingresos y egresos son muy variables a lo largo del tiempo, e incluso muy elevados en algunos casos. Sumando todos los ingresos el margen final queda en 6.96 % que es típico en este tipo de negocio. Estos márgenes tan justos se dan cuando las transacciones y la logística resultan como estaban planeadas, aunque hay veces que la gran complejidad que tiene este mercado surgen aspectos que no siempre se dan como se esperaban (rindes, clima, conflictos laborales y huelgas, etc). En este contexto de ingresos tan ajustados, las herramientas computacionales aquí presentadas permiten a La Empresa profesionalizar las operaciones y optimizar los procesos más importantes.

En nuestro ejemplo, la mayoría de los orígenes suele enviar granos dentro de la misma cuenca independientemente del período. Sin embargo, hay excepciones. Esto puede ocurrir por diferencia de precios relativos entre puertos o destinos, por compras/ventas prepactadas o por las capacidades de los destinos.

Notemos por ejemplo el caso del origen San Cayetano (oSanCay). Para cada t, su cuenca queda definida por la Tabla 6.3 donde se observa que para $t = 1, 4$ el destino natural resulta Necochea, y para los demás es Bahía Blanca. Esto ocurre debido a que los cambios de precios entre Bahía Blanca y Necochea no varían en la misma proporción, haciendo que los precios relativos en cada puerto se modifiquen y que a veces sea mejor vender en un puerto, y otras en otro.

Como puede verse en la Figura 6.1, San Cayetano realiza envíos a la cuenca de Necochea (dNeco) y Bahía Blanca (dBahia). Aunque esto no necesariamente se debe a los cambios de cuenca de este origen. Podría ser que el modelo decida estos envíos (y este es el caso) debido a ventas pactadas con anterioridad, donde no influye el precio forward ya que no se realizan ventas. Tanto en Bahía Blanca como en Necochea se realizan ventas forward, que como dijimos anteriormente se dan en el ultimo período, debiendo entonces observar sólo las cuencas en el $t = 5$.

Por otro lado, tenemos el caso del origen Rio IV (oRioIV) que como un porcentaje de sus granos allí comprados posee humedad, debe enviarlos a alguna planta para su secado. En principio, la planta geográficamente más conveniente, resulta ser Chivilcoy (pChivilc) para luego venderlos en Ramallo (dRamallo). Esto es lo que sucede en los períodos 2 a 5. Sin embargo, en el período 1 la solución óptima encontrada por el modelo envía una porción de los granos para satisfacer una venta prepactada en el destino Rosario. Esto ocurre, dado que la planta Chivilcoy tiene una capacidad de 3.000

Tabla 6.4: Análisis de Sensibilidad: cambio en el ingreso por tonelada comprada en tres orígenes para todos los períodos

Origen \ Período	1	2	3	4	5
San Cayetano	-62,38	-11,64	-29,62	-148,45	-295,06
Tandil	-61,9	0	-15,7	-161,54	-274,99
Necochea	-62,38	0	-76,74	-197,52	-295,06

toneladas, y queda saturada fácilmente. Para evitar ésto, el modelo elige enviar en el $t = 1$ los granos húmedos de Rio IV a la planta de Pehuajo (pPehuajo) y aprovechar esa mercadería para completar una venta pactada con anterioridad en el destino Rosario (dRosario). Para las siguientes entregas los granos con humedad que provienen de Rio IV son efectivamente enviados a Chivilcoy para su secado y posterior entrega en Ramallo.

Resulta interesante notar en la Figura 6.2, que representa sólo los traslados para $t = 5$, que el único origen que afluye al destino Necochea es el mismo origen Necochea. La planta de Tandil (pTandil) y el origen San Cayetano que están muy cerca de Necochea envían sus granos a otras cuencas. Esto es debido al bajo precio que tiene Necochea en el período $t = 5$ que resulta \$ 2.026, contra los precios en Bahía Blanca (dBahia) \$ 2.163 y Las Palmas (dLasPalmas) \$ 2.196 en ese momento.

Es notable el envío de 293 toneladas desde la planta de Tandil (pTandil) al destino Las Palmas (dLasPalmas) en el periódo $t = 5$, no siendo el destino intuitivamente más conveniente (incluso ya habiendo descartado Necochea (dNeco)). Esto sucede, al igual que en el caso anterior, por la variación de los precios en el último periódo. Dado que no era necesario cubrir ventas pactadas con anterioridad, define su mejor destino optando por la mejor oferta, generando una nueva venta. En la Table 6.2 se observan las posibles operaciones, y la razón por la que el modelo elige vender en Las Palmas a \$ 1.937.

6.1. Análisis de sensibilidad

Otra herramienta útil que brinda el modelo es un mapa de los orígenes describiendo el análisis de sensibilidad para las nuevas operaciones que podrían ser realizadas en esos orígenes. Estos mapas muestran la pérdida marginal si se fuerza a cerrar un contrato de compra en ese origen en el período analizado. En otras palabras, el número que se observa sobre el origen para un período determinado, es la reducción del ingreso de la empresa si se fuera a cerrar un contrato de compra por una tonelada allí, considerando que ese nuevo contrato reemplaza las posibles nuevas transacciones que el modelo recomendaría para obtener el óptimo del problema. Claramente, los números de estos mapas son negativos ya que el óptimo incluye el mejor conjunto de nuevos contratos, considerando todos los orígenes y períodos.

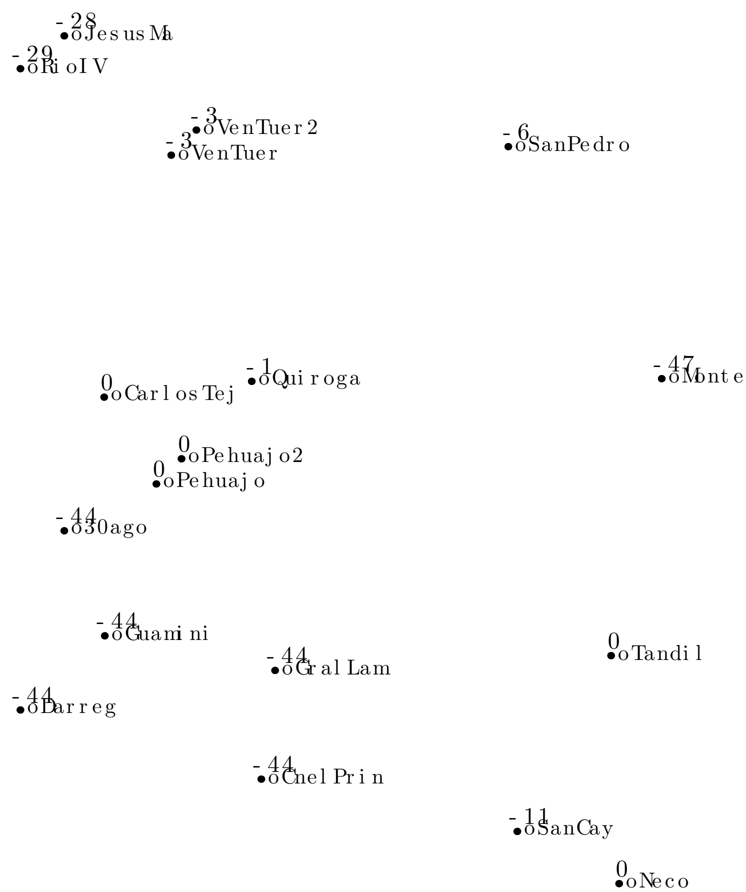


Figura 6.3: Análisis de sensibilidad: cambio en el ingreso por tonelada comprada en cada origen para el período 2

Estos mapas resultan de mucha utilidad ya que muchas veces las recomendaciones del modelo no pueden efectivizarse debido a falta de oferta en algunos orígenes, o problemas puntuales con el transporte. Y además, considerando que la empresa puede encontrar mejores oportunidades que las codificadas con productores específicos, estos mapas permiten cuantificar esas oportunidades y asi direccionar sus esfuerzos para cerrar los mejores contratos.

La Figura 6.3 brinda un ejemplo de la instancia que se describió anteriormente. El mapa muestra el análisis de sensibilidad para el período $t = 2$. En cada origen se observa el grado de suboptimalidad (en \$ por tonelada) para la desviación de la solución óptima. Por ejemplo, un contrato de 100 toneladas compradas en San Cayetano en el período $t = 2$ disminuirá el ingreso en \$ 1.164 (en la figura el número por tonelada esta redondeado en 11). Si corremos el modelo nuevamente con esas 100 toneladas provenientes de San Cayetano, vemos que el óptimo de la solución del modelo recomienda dejar de comprar

100 toneladas en Tandil. La Tabla 6.4 muestra la pérdida por tonelada comprada en tres orígenes para todos los períodos. Dado que el precio de los granos de soja para los parámetros ingresados aumentan con el tiempo, la pérdida por tonelada comprada aumenta también. La solución óptima recomienda realizar nuevas compras en Tandil y en Necochea en el período 2, y allí vemos que la pérdida es 0. Como ejemplo, si compráramos 100 toneladas en San Cayetano en el período $t = 4$ el ingreso se vería disminuido en $ 14.845.

Capítulo 7

Beneficios del modelo

Hoy en día la mayoría de las empresas que se dedican a la intermediación de granos planifican manualmente las operaciones de compra-venta y la ejecución de la logística al momento de cosecha. Este trabajo, además de consumir mucho tiempo, depende de la heurística desarrollada a través de los años con la experiencia de trabajar a prueba y error. Entre otros de los beneficios que presenta tener al alcance un modelo automatizado es que provee de información para identificar las políticas óptimas para varios escenarios y diferentes conjuntos de hipótesis posibles.

Para evidenciar los beneficios de la utilización del modelo, planteamos una serie de ejemplos con distintas restricciones teniendo en cuenta los traslados de mercadería, la permisividad para realizar nuevas operaciones y los lugares donde conservar mercadería para esperar mejores precios.

Con el mismo conjunto de datos que el ejemplo anterior, partiremos de una situación simple, donde conectamos los orígenes, plantas y destinos usando el camino con menor costo de flete (sección 7.1); y continuamos relajando y modificando las restricciones para concluir en el modelo normal (sección 7.4) que encuentra el óptimo para los traslados de mercadería recomendando las nuevas operaciones de compra y venta necesarias.

En la Tabla 7.1 se resumen los resultados de las operaciones de todos los ejemplos teniendo en cuenta los costos e ingresos, y las toneladas comercializadas. (separando entre las nuevas operaciones que recomienda el modelo, y las compras y ventas prepactadas). En la misma tabla se especifican los detalles de las restricciones de cada ejemplo.

7.1. Ejemplo A

Comenzamos con el ejemplo que llamaremos A, donde cada origen esta conectado con el destino más cercano limitando el transporte de los granos a ese destino en particular. No estamos teniendo en cuenta el precio de venta en ese destino, sólo el costo del transporte. Representaría el caso de menor sofisticación donde los granos se envían

Tabla 7.1: Resumen de los montos totales y toneladas para cada ejemplo.

Transactions (in ARS)	Examples			
	A	B	C	D
Prearranged purchases	-833,670,646	-833,670,646	-833,670,646	-833,670,646
Forward purchases at origins	0	0	0	-92,157,309
Spot purchases at destinations	-106,508,625	-125,226,038	-121,371,654	-121,371,654
Prearranged sales	610,429,550	610,429,550	610,429,550	610,429,550
Forward and spot sales at destinations	362,019,687	396,823,464	417,388,875	540,928,551
Storage costs at origins	0	0	-7,270,175	-8,550,472
Loading costs at processing plants	-1,430,383	-1,300,810	42,444	42,444
Storage costs at processing plants	-4,042,035	-4,381,503	-876,111	-1,215,107
Processing costs	84,888	84,888	84,888	84,888
Shipping fees paid by farmers	82,708,045	82,708,045	82,708,045	82,708,045
Shipping costs paid by The Company	-71,581,507	-78,201,110	-76,012,371	-90,096,747
PROFIT	**38,008,974**	**47,265,840**	**71,452,845**	**87,131,543**
Profit/sales	**3.91%**	**4.69%**	**6.95%**	**7.57%**
Tonnage	**A**	**B**	**C**	**D**
Prearranged purchases	506,719	506,719	506,719	506,719
Forward purchases at origins	0	0	0	58,634
Spot purchases at destinations	59,273	70,639	68,639	68,639
Prearranged sales	371,712	371,712	371,712	371,712
Forward and spot sales at destinations	193,340	204,706	202,706	261,339
Revenue per tonne (in ARS)	***67.27***	***82.00***	***124.39***	***137.64***
Average Prices (in ARS)	**A**	**B**	**C**	**D**
Prearranged purchases	-1,645.23	-1,645.23	-1,645.23	-1,645.23
Forward and spot purchases	-1,796.92	-1,772.76	-1,768.26	-1,677.73
Prearranged sales	1,642.21	1,642.21	1,642.21	1,642.21
Forward and spot sales	1,872.45	1,938.51	2,059.09	2,069.83
Example Characteristics	**A**	**B**	**C**	**D**
Connections between nodes	Connect origin to closest destination (independent of *t*)	Connect origin to most convenient destination considering transportation cost and sale price	Global optimum. Origins could be connected to distant destinations	Global optimum. Origins could be connected to distant destinations
Description of bound for new transactions	Allow minimal amount of purchases that guarantees feasibility	Allow minimal amount of purchases that guarantees feasibility	Feasibility of global solution plus the bound for example B so it is a relaxation	Feasibility of global solution balancing basins plus the bound for example B so it is a relaxation
Bound for new transactions (tonnes)	59,273	70,639	70,639 + 0	70,639 + 58,634
Possible new buying contracts	Spot at destinations	Spot at destinations	Spot at destinations	Spot at destinations and forward at origins
Locations that may keep inventory	Processing plants	Processing plants	Processing plants and origins	Processing plants and origins

al destino con menor costo de flete. Para la mercadería que tenga humedad y deba llevarse a plantas, realizamos la misma conexión teniendo en cuenta el camino completo; es decir, la planta que hace que el camino de origen a planta y planta a destino tenga costo de flete mínimo. Así, cada origen queda conectado con un único destino y una única planta. Y cada planta queda conectada con un único destino. Todas estas conexiónes minimizan los costos de transportes. En este ejemplo, no permitiremos conservar mercadería en orígenes; aunque si lo podemos hacer en plantas. Las nuevas compras solo pueden realizarse en destino, o sea Compras Spot.

Al tener las conexiones limitadas a los recorridos más cortos, podría haber un destino que no tenga ningún afluente. Y en ese caso, si ese destino tuviera alguna venta pactada y no permitimos compras spot allí, este ejemplo no seria factible Lo mismo podría suceder si las ventas se dan en tiempos anteriores a las compras dentro del mismo recorrido. Para remediar esto, permitimos al ejemplo que pueda comprar spot el mínimo necesario para compensar estos desbalances y que entonces resulte factible.

El ejemplo A, cuya salida se observa en la Figura 7.1, nos da un ingreso de $ 38.008.974, con un volumen de 59.273 toneladas de compras nuevas para que el ejemplo resulte factible, a un costo total de $ 106.508.625. Y tenemos, ingresos por ventas pactadas por $ 610.429.550 y por ventas nuevas $ 362.019.687.

Dado que estamos conectando los nodos por los caminos más cortos, resulta lógico observar una ganancia en el costo de los fletes. Recordemos que al productor se le cobra el costo de flete a un determinado puerto que se consigna en el contrato. En este ejemplo, y en los siguientes ya que los contratos son los mismos, el costo a descontar por fletes a los productores es de $ 82.708.045. El costo de los traslados efectivos que aconseja el modelo para el ejemplo A es de $ 71.581.507, obteniendo una ganancia en el transporte de $ 11.126.538.

7.2. Ejemplo B

Este ejemplo captura el modo de realizar las operaciones si cada productor decidiera independientemente el lugar de venta de sus granos, trasladando los granos a los destinos donde se optimiza el precio de venta y el costo del flete a la vez. En el caso anterior, conectábamos los orígenes con los destinos por el camino más corto, pero podía pasar que el precio de venta sea bajo en ese destino, y consecuentemente no generar la mejor opción para la venta de esos granos allí. Para esto, conectamos el origen i con el destino k para cada t, si k es tal que maximiza el precio forward en el destino k menos el costo de transporte entre ese origen i y el destino k. Ahora este nuevo tipo de conexión incluye el precio de venta. El resto de las restricciones son iguales al ejemplo A.

Dado que podríamos tener el mismo problema que en el ejemplo anterior, permitimos que se pueda comprar lo mínimo indispensable para que este ejemplo resulte factible.

El ejemplo queda representado para todo t en la Figura 7.2 donde se observan, al

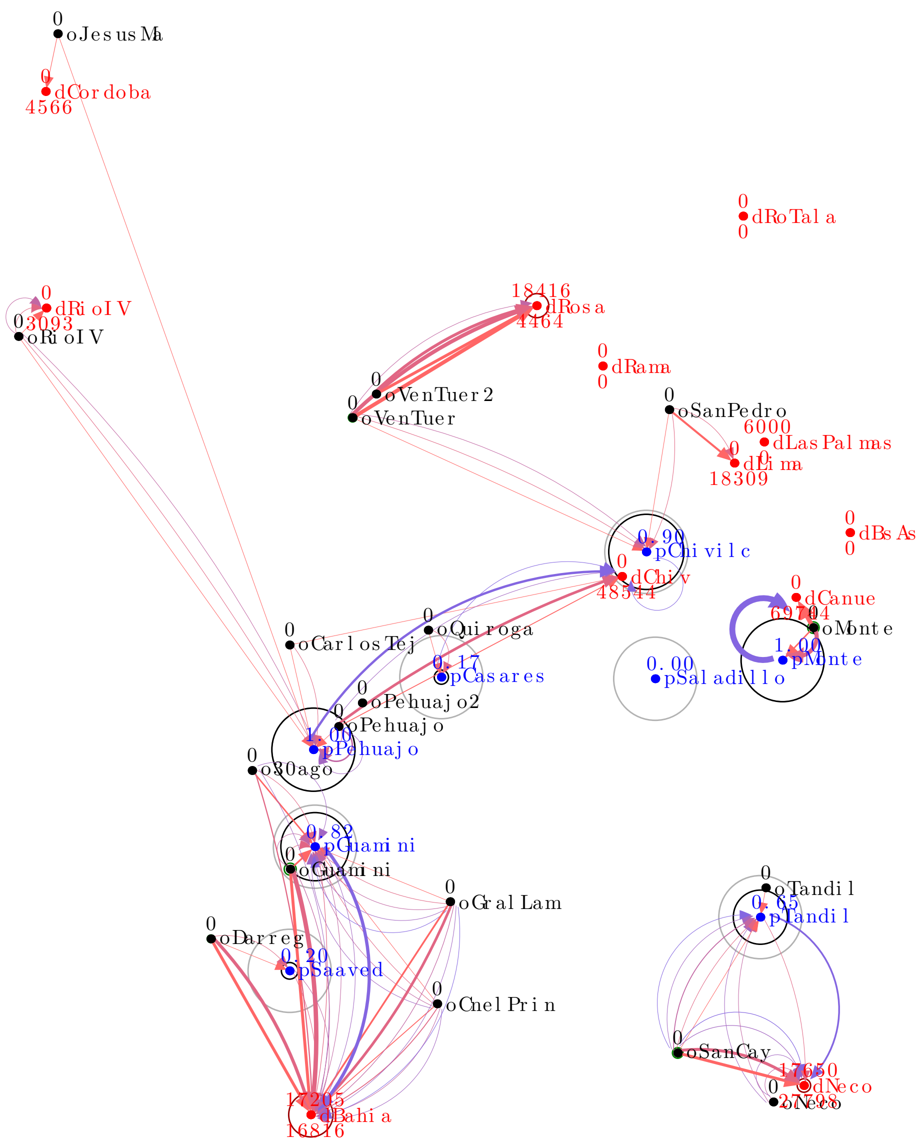


Figura 7.1: Ejemplo A - Traslados y Nuevas Operaciones

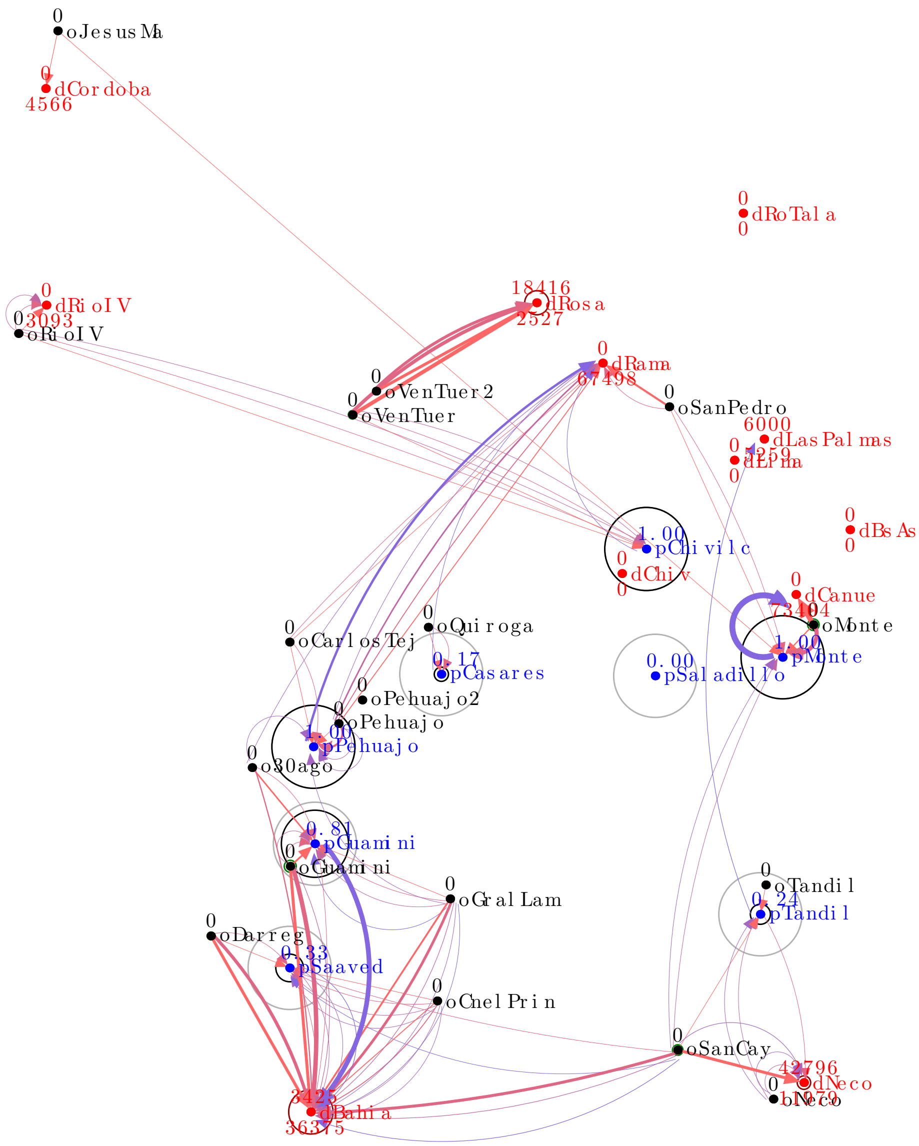


Figura 7.2: Ejemplo B - Traslados y Nuevas Operaciones

contrario del ejemplo anterior, variaciones de lugares de entrega entre períodos. Esto sucede porque incluímos el precio en destino (que depende de t) como variable de decisión para decidir el destino donde enviar los granos.

Se observa un aumento en el costo de los fletes. Esto es porque los caminos recorridos ya no son los más cortos. Ahora influye el valor de venta en los destinos. De esta forma, se optimizan las compras ya que observamos que el promedio del precio de compra disminuye con respecto al ejemplo A (de \$1.796 a \$1.772, un 1,35 % de disminución en el precio), y a la vez aumenta el valor del precio promedio de venta (de \$1.872 a \$1.938, un 3,58 % de aumento) El ingreso de este ejemplo es de \$ 47.265.840 que resulta un 24 % de aumento comparando con el ejemplo A. Una fracción de este aumento puede atribuirse a la cantidad de toneladas adicionales de compra permitidas para hacer que el ejemplo resulte factible. Para una justa comparación podemos ver el margen (ver Tabla 7.1 Fila *Profit/sales*), que muestra un aumento entre cada ejemplo de 3,91 % a 4,69 % evidenciando una mejora en el ingreso.

7.3. Ejemplo C

En el ejemplo C eliminamos la restricción de los traslados de cada origen al mejor destino en forma miope, y dejamos que el modelo busque el óptimo global. Le permitimos seleccionar cuándo, cuánto y entre qué nodos realizar los transportes libremente. Considerando esta nueva flexibilización, le permitimos la conservación en orígenes, aportando una opción más para esperar y conseguir mejores precios de venta.

Como dijimos antes en este conjunto de contratos tenemos más compras que ventas y no hay desbalances temporales. Con lo cual, la cota para transacciones nuevas que lo hace factible globalmente, resulta ser 0. Es decir no se necesitan operaciones de compra adicionales. Con el sentido de mantener los ejemplos comparables entre sí, le permitimos realizar la misma cantidad de nuevas operaciones de compra que el ejemplo B (70.639 toneladas). Así, el ingreso total y las cantidades resultan equiparables a los ejemplos anteriores, y podemos observar la eficiencia del cambio para los traslados y la conservación propuestos para este caso. De esta forma este ejemplo resulta una relajación del anterior.

Los traslados quedan representados para todos los períodos en la Figura 7.3 observando leves diferencias con respecto al ejemplo B. El cambio más significativo se da en los traslados de San Cayetano, que como ahora no tiene restricciones, conviene esperar en origen, para luego transportar y vender en Bahía Blanca a un mejor precio. El ingreso de este ejemplo es de \$ 71.452.845 con compras extras por 68.639 toneladas. Esto representa una cantidad menor de toneladas compradas a un precio promedio menor (bajamos de \$1.773 a \$1.768)

Viendo la Tabla 7.1 observamos una disminución en el costo de los fletes. Sin restricciones a los traslados estamos tomando en cuenta las dos variables a la vez (flete

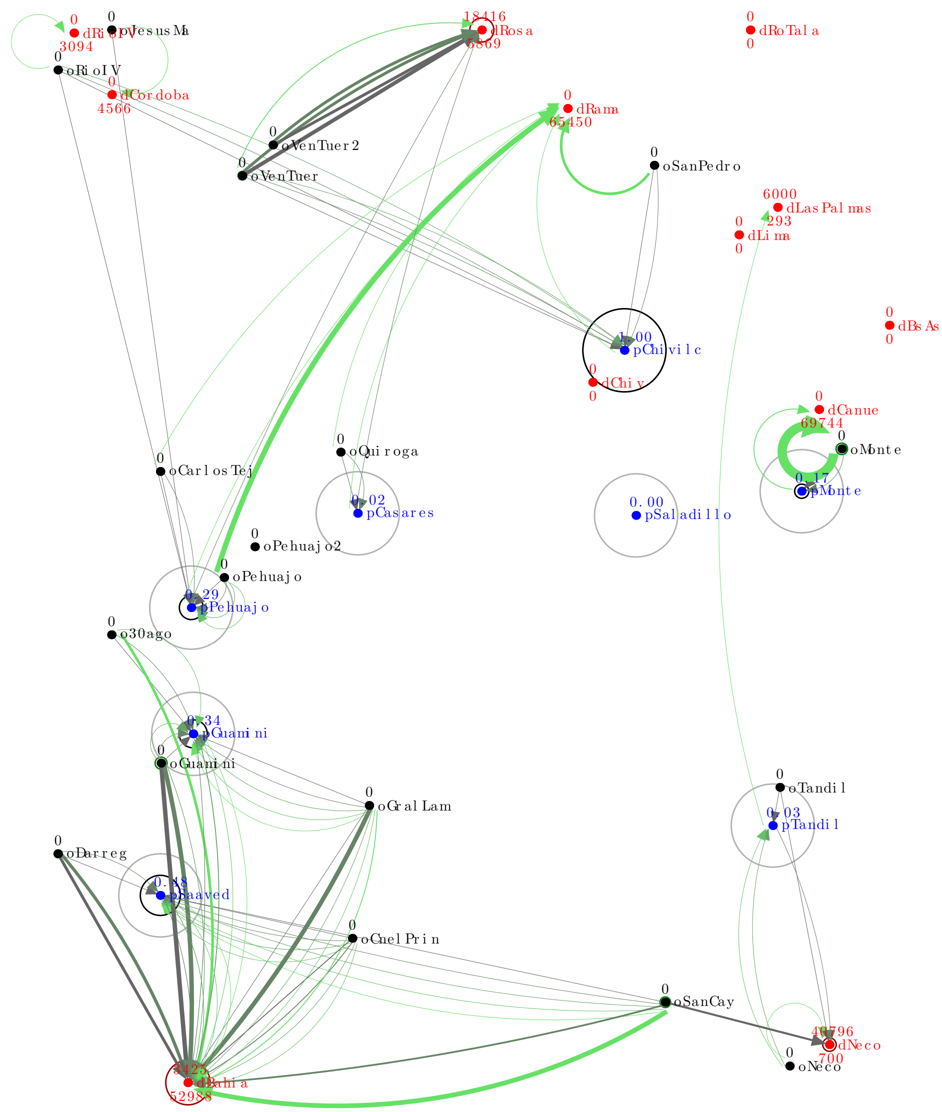


Figura 7.3: Ejemplo C - Traslados y Nuevas Operaciones

y precio). En los ejemplos anteriores, teníamos un costo elevado por ingresar a planta para esperar mejores precios; en cambio en este ejemplo solo entra a planta la mercadería con humedad, y la conservación de los granos que se venden a mejores precios en tiempos futuros es más conveniente que sean almacenados en los orígenes en silobolsas. Así el costo de conservación en orígenes asciende a $7.270.175.

Hay una diferencia de compras spots entre el ejemplo B y el C. Esto se debe a que el ejemplo B necesita obligadamente realizar estas compras para ser factible; en cambio el ejemplo C las realiza sólo si es conveniente. La flexibilidad extra permite incrementar el margen de ganancia de 4,69 % a 6,95 %.

7.4. Ejemplo D

El último ejemplo representa el caso más cercano al real. Es similar al anterior, salvo que ahora permitimos compras forwards en orígenes, y dado que se puede conservar allí; es posible que el modelo elija comprar temprano, conservar en origen, y entregar en $t = 5$ cuando el precio es más rentable.

Para este ejemplo, planteamos como cota para las nuevas operaciones la que limita las compras balanceando por cuencas. Esta cota es menos restrictiva que la que resuelve los desbalances globalmente, y en este caso, es de 58,634 toneladas. Y siguiendo el objetivo de la "comparabilidad" y relajación entre ejemplos, le permitimos además realizar nuevas compras por 70.639 toneladas, que son las toneladas que hacen factible al ejemplo B. De este modo, este ejemplo tiene la posibilidad de cerrar compras por 58.634 + 70.639 toneladas.

Viendo los resultados de los traslados en la Figura 7.4 no se observan cambios. La totalidad de lo permitido para nuevas operaciones forward se aplica a la compra de 58.634 toneladas de compra en Carlos Tejedor (oCarlosTej) en $t = 1$, que son conservadas en ese origen y luego transportadas al puerto de Ramallo (dRama) en el útlimo período.

El ingreso de este ejemplo es de $ 87.131.543 con una mejora en los precios de compra (de $ 1.768 a $1.677) y los precios de venta (de $2.059 a $2.069) incrementando el margen de 6.95 % a 7.57 %.

7.4.1. Discusión

Los resultados de estos ejemplos nos brindan una idea de la complejidad del problema. Resulta notable el aporte cuando se resuelve teniendo en cuenta no solo el aspecto logístico, sino también el financiero. Observando los resultados de los ejemplos resulta claro que las conexiones entre los orígenes, plantas y destinos no están predeterminados. Los traslados óptimos dependen no solo de las compras y ventas que se pacten con anterioridad, sino también de los precios futuros de los granos que definen las nuevas

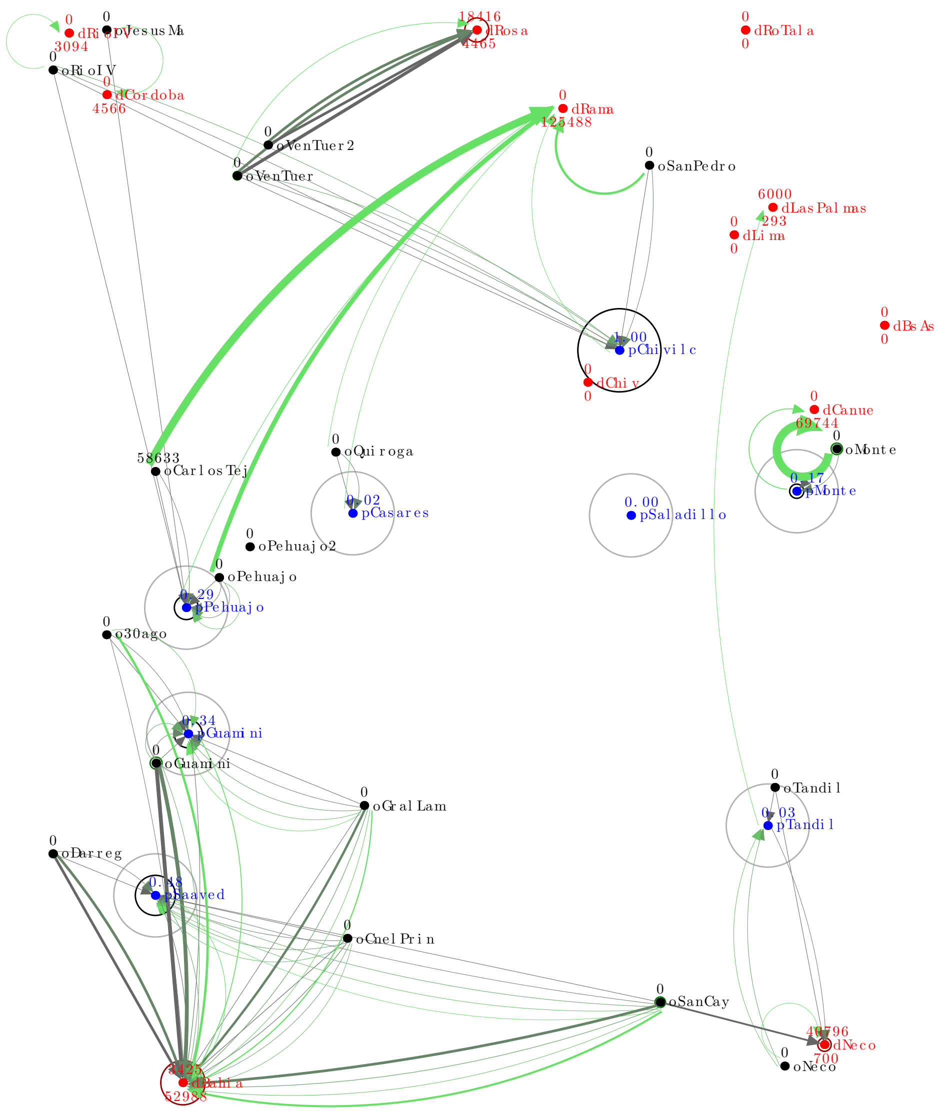


Figura 7.4: Ejemplo D - Traslados y Nuevas Operaciones

operaciones.

Si consideramos sólo los costos de transportes y que las nuevas operaciones no tienen incidencia en los ingresos, el Ejemplo A resultaría una solución para nuestro problema. Pero los nuevos contratos podrían no ser beneficiosos, ya que estamos limitando la compra o venta a los caminos que tenemos conectados con el 'camino más corto'.

Para el ejemplo B conectamos los orígenes con los destinos consideramos el precio de venta además del costo de transporte. Si bien el ingreso mejora con respecto al ejemplo A, los costos de transportes podrían ser más elevados. Ya que podría pasar que el modelo conectara un origen con un destino particular debido a que el precio de venta en ese destino es muy elevado, aunque el transporte también resulte costoso. Y si tenemos balanceadas las compras y ventas pactadas en este circuito *origen* $\rightarrow$ *destino*, el modelo no realizaría nuevas operaciones y solo tendríamos el costo del flete (que como dijimos, es elevado). Entonces, sin realizar nuevas operaciones, no tenemos el beneficio del buen precio en el destino. De esta forma, se estaría reduciendo la posible ganancia.

El ejemplo C resulta una combinación de estos dos últimos. Ahora obtenemos la optimización del costo por traslados, y las nuevas operaciones quedan también optimizadas. Así, aunque operando incluso con menos toneladas que el ejemplo B, el ingreso por tonelada tiene un aumento de más del 50 %. El ejemplo D resulta una relajación del ejemplo C. Al permitirle trabajar con mayor cantidad de toneladas aporta un incremento al ingreso, aunque no en la misma medida que el anterior.

Capítulo 8

Conclusiones

Motivados por el gran volumen que involucra la producción y comercialización de granos en la Argentina desarrollamos e implementamos un modelo que maximiza las ganancias de una empresa típica del sector que brinda un servicio de intermediación entre productores de commodities y exportadores o molinos, distribuídos en una red realista. Los parámetros del problema son los contratos de compra y venta, la estructura de precios futuros de los mercados de valores para las nuevas operaciones, las distancias y conexiónes entre la red, las plantas de almacenamiento y procesos, y los costos de transportes, almacenamiento y procesos. El modelo identifica la política óptima para las nuevas operaciones, los transportes y almacenamientos como la solución de un problema de optimización que maximiza los ingresos, codificado como un problema de Flujo de Mínimo Costo en una red con el tiempo expandido que captura la geografía y el tiempo a la vez. Algunas de las ventajas que aporta el modelo son:

- Computar el óptimo para la política de transportes y almacenamiento que tiene en cuenta simultáneamente los aspectos logísticos y financieros involucrados en la empresa. Esto reemplaza el trabajo de planificación manual y como consecuencia aporta una mejora en la posible distribución de las tareas y el personal.

- La identificación de las nuevas operaciones que deben ser realizadas para satisfacer los contratos existentes de manera óptima.

- La posibilidad de correr el modelo instantáneamente cambiando escenarios o en respuesta a cambios en los parámetros.

- La generación automática de mapas de sensibilidad con respecto al ingreso global para las nuevas operaciones

- La habilidad de evaluar el cambio en los ingresos si se realizan inversiones como adquirir flota propia o nuevas plantas de acopio.

- La posibilidad de testear diferentes escenarios comparándolos con el escenario óptimo. Esto puede usarse para computar el riesgo de ejecutar otras estrategias, que luego pueden usarse para evaluar productos de seguros, y decidir que tan importante es buscar nuevos contratos en distintos orígenes y tiempos.

Hemos presentado un conjunto de ejemplos generados bajo distintas restricciones en la cantidad y el tipo de nuevas operaciones permitidas por el modelo. Encontramos que los ingresos de este negocio, representados por el margen final, son muy sensibles a esas variaciones. Con lo cual, una herramienta computacional precisa como la aquí presentada, aportará un efecto significativo en la administración de las empresas vinculadas al sector.

Bibliografía

R.K. Ahuja, T.L. Magnanti, and J.B. Orlin. *Network flows: theory, algorithms, and applications*. Prentice hall, 1993.

O. Ahumada and J.R. Villalobos. Operational model for planning the harvest and distribution of perishable agricultural products. *International Journal of Production Economics*, 133(2):677–687, 2011.

R. Bellman. On the theory of dynamic programming—a warehousing problem. *Management Science*, 2(3):272–275, 1956.

M. Boehlje. Structural changes in the agricultural industries: How do we measure, analyze and understand them? *American Journal of Agricultural Economics*, 81(5): 108–1041, 1999.

O. Boyabatli. Supply management in multi-product firms with fixed proportions technology. Working paper, Singapore Management University, 2011.

O. Boyabatli, P.R. Kleindorfer, and S.R. Koontz. Long-term versus short-term contracting in beef supply chains. *Management Science*, 57(10):1771–1787, 2011.

A.S. Cahn. The warehouse problem. *Bulletin American Mathematical Society*, 54(1073), 1948.

René Caldentey and Martin B Haugh. Supply contracts with financial hedging. *Operations Research*, 57(1):47–65, 2009.

A. Charnes, J. Dreze, and M. Miller. Decision and horizon rules for stochastic planning problems: A linear example. *Econometrica*, 34(2):307–330, 1966.

S.K. Devalkar, R. Anupindi, and A. Sinha. Integrated optimization of commodity operations. *Operations Research*, 59(6):1369–1381, 2011.

L. Dong, P. Kouvelis, and X. Wu. The value of operational flexibility in the presence of input and output price uncertainties with oil refining applications. *Management Science*, 2014. Forthcoming.

S.E. Dreyfus. An analytic solution of the warehouse problem. *Management Science*, 4 (1):99–104, 1957.

K. Eikland and P. Notebaert. URL `http://lpsolve.sourceforge.net/5.5`.

Robert Fourer, David M. Gay, and Brian W. Kernighanti. *AMPL - A modeling language for mathematical programming*. Thomson, 2003.

H. Geman. *Commodities and commodity derivatives: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy*. Wiley, 2009.

P.C. Jones, G. Kegler, T.J. Lowe, and R.D. Traub. Managing the seed-corn supply chain at Syngenta. *Interfaces*, 33(1):80–90, 2003.

B. Kazaz and S. Webster. The impact of yield-dependent trading costs. *Manufacturing & Service Operations Management*, 13(3):404–417, 2011.

V. Martínez de Albéniz and J.M.V. Simón. A capacitated commodity trading model with market power. Working Paper 728, IESE Business School, University of Navarra, Barcelona, Spain, 2008.

M. Regunaga. *Implications of the organization of the commodity production and processing industry: The soybean chain in Argentina*. Case Studies in Latin America and the Caribbean Region. World Bank, Washington, DC, 2010.

N. Secomandi. Optimal commodity trading with a capacitated storage asset. *Management Science*, 56(3):449–467, 2010.

C.G. Turvey and T.G. Baker. A farm-level financial analysis of farmersúse of futures and options under alternative farm programs. *American Journal of Agricultural Economics*, 72(4):946–957, 1990.

A. Weintraub and C. Romero. Operations research models and the management of agricultural and forestry resources: A review and comparison. *Interfaces*, 36(5):446–457, 2006.

D.J. Wu and P. Kleindorfer. Competitive options, supply contracting, and electronic markets. *Management Science*, 51(3):452–466, 2005.

D.J. Wu, P. Kleindorfer, and J.E. Zhang. Optimal bidding and contracting strategies for capital-intensive goods. *European Journal of Operational Research*, 137(3):657–676, 2002.