

# Taller de Cálculo Avanzado

Curso de Verano 2012

1. **Números reales y sucesiones.** Introducción axiomática de los números reales. Supremo e ínfimo. Límites de sucesiones y puntos de acumulación. Principio de encaje de intervalos. Subsucesiones. Teorema de Bolzano - Weierstrass (toda sucesión acotada tiene una subsucesión convergente). Sucesiones de Cauchy. Definiciones equivalentes de Completitud. Densidad de  $\mathbb{Q}$  en  $\mathbb{R}$ . Construcción de los números reales por cortaduras de Dedekind.
2. **Series Numéricas.** Series convergentes y divergentes. Criterios de convergencia (comparación para términos positivos, criterios de D'Alembert y de Cauchy, series alternadas). Convergencia condicional y absoluta. Reordenamientos. Adición y Multiplicación de series. Series de Potencias.
3. **Topología en  $\mathbb{R}^n$ .** Distancias y normas en  $\mathbb{R}^n$ . Sucesiones de puntos en  $\mathbb{R}^n$  (convergencia, subsucesiones, sucesiones de Cauchy). Conjuntos abiertos y cerrados en  $\mathbb{R}^n$ . Clausura, interior, frontera. Puntos de acumulación y puntos aislados. Compacidad (Teorema de Heine-Borel).
4. **Funciones Continuas.** Límite funcional. Límites laterales. Continuidad. Continuidad por sucesiones. Propiedades de las funciones continuas sobre compactos. Continuidad uniforme. Discontinuidades de las funciones monótonas. Sucesiones de funciones. Convergencia puntual y uniforme. Series de funciones. M-test de Weierstrass: aplicación a las series de potencias.
5. **Integración.** Integral de Riemann-Stieltjes. Funciones de variación acotada. Integración por partes. Pasaje al límite en la integral con convergencia uniforme.

---

## Bibliografía

1. S. D. Abbott, *Understanding Analysis*, Springer-Verlag, New York, 2001.
  2. T. Apostol: *Mathematical Analysis*. Addison Wesley, Massachusetts, 1958.
  3. R. Courant, F. John. *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático*. Limusa, México 1985.
  4. R. Creighton Buck, *Cálculo Superior*. McGraw-Hill, Madrid, 1969.
  5. J. Rey Pastor, C. Pi Calleja, C. Trejo, *Análisis Matemático, Vol. I y II*, Kapelusz, Buenos Aires, 1959.
  6. W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1953.
-