

ELEMENTOS DE CÁLCULO NUMÉRICO (B) - Curso de Verano 2007

Práctica 4 - Geometría lineal

- En cada uno de los siguientes casos, decidir gráfica y analíticamente cuáles de los puntos pertenecen a la recta L :
 - $L : t(-2, 3) + (2, 2)$
 $P_1 = (2, 2), P_2 = (-2, 3), P_3 = (0, 0), P_4 = (12, -13), P_5 = (2, -1).$
 - $L : t(-1, 1) + (3, -3)$
 $P_1 = (3, -3), P_2 = (0, 0), P_3 = (-1, 1), P_4 = (3, 4), P_5 = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}).$
- Graficar y dar una ecuación vectorial para la recta que:
 - pasa por $P = (-1, 2)$ con vector director $v = (3, 1)$.
 - pasa por $P = (1, -4)$ y $Q = (-1, -3)$.
 - es paralela a la recta $L : t(-2, 3) + (1, -1)$ y pasa por $P = (1, -4)$.
 - es perpendicular a la recta $L : t(2, 3) + (5, 7)$ y pasa por el origen.
- En cada uno de los siguientes casos, dar una ecuación vectorial para la recta que:
 - está dirigida por $v = (0, 1, 0)$ y pasa por $P = (0, 2, 4)$.
 - pasa por los puntos $P = (-2, 3, 4)$ y $Q = (-1, 3, 1)$.
 - es paralela al eje z y pasa por $P = (1, 2, 3)$.
 - es perpendicular a la recta $L : t(1, -2, 1) + (3, 5, 7)$ y pasa por $P = (1, 9, -3)$. ¿Es única?
- Dar una ecuación paramétrica y una ecuación implícita para el plano que:
 - pasa por los puntos $(2, 1, 2)$, $(1, 1, 1)$ y $(3, 2, 7)$.
 - pasa por el punto $(1, 2, 1)$ y es paralelo al plano que contiene a los ejes x e y .
 - es paralelo a la recta $L : t(1, 2, -4) + (1, 2, 1)$ y contiene a los puntos $P = (2, 2, 1)$ y $Q = (1, 2, -3)$.
 - contiene al punto $(-1, 2, 2)$ y es ortogonal a la recta $L : t(1, 1, -1) + (-1, 2, 2)$.
- Decidir si los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (-2, 0, 1)$ y $C = (3, 0, 2)$ son colineales (están sobre una misma recta) o no.
 - Decidir si los puntos $A = (8, 2, 4)$, $B = (4, 2, 8)$, $C = (-2, 0, 1)$ y $D = (1, -1, 3)$ son coplanares (están sobre un mismo plano) o no.
- Dado el plano $\pi : 2x - 5y + 3z = 11$;
 - Hallar **todos** los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales $(2a, a, 7) \in \pi$.
 - Decidir si existe algún valor de $a \in \mathbb{R}$ tal que $(1, 3a, 5a) \in \pi$.
- Sean $\pi : 2x - y + 3z = 5$, $L : t(1, -1, -1) + (1, 0, -2)$ y $L' : t(3, 5, 1) + (0, 1, 2)$. Calcular $L \cap \pi$ y $L' \cap \pi$.
- Determinar si las rectas L y L' resultan concurrentes, paralelas/coincidentes o alabeadas:

- (a) $L : t(1, 0, -1) + (-1, 1, 2), \quad L' : t(-1, 1, 2) + (1, 0, -1).$
 (b) $L : t(1, 1, -1) + (-1, 2, 2), \quad L' : t(2, 2, -2) + (1, 0, -1).$
 (c) $L : t(1, \frac{1}{2}, -1) + (-1, 1, 2), \quad L' : t(-2, -1, 2) + (3, 3, -2).$
 (d) $L : t(1, 2, -1) + (-1, -1, 2), \quad L' : t(-1, 1, 1) + (3, 2, -1).$

En cada caso determinar si existe un plano que contenga a L y L' . Si la respuesta es afirmativa, hallarlo.

9. Determinar en qué casos los planos π_1 y π_2 se intersecan y hallar la intersección.
- (a) $\pi_1 : 4x + 2y - 3z = 1; \quad \pi_2 : 2x + y - \frac{3}{2}z = 1.$
 (b) $\pi_1 : 3x - 2y - 1 = 0; \quad \pi_2$ el plano dirigido por $(0, 0, 1), (2, 3, 3)$ que pasa por $(1, 1, 2).$
 (c) π_1 el plano que pasa por $(-1, 1, 2)$ con vector normal $(1, 2, -1);$
 π_2 el plano que pasa por $(1, 1, 1), (2, 3, 1)$ y $(-1, -2, 2).$
10. Sean L_1 y L_2 las rectas de $\mathbb{R}^2, L_1 : x - y = 1,$ y $L_2 : x + y = 3.$
- (a) Calcular el ángulo entre L_1 y $L_2.$
 (b) Hallar una recta L_3 tal que $\angle(L_1, L_2) = \angle(L_2, L_3)$ y $L_1 \cap L_2 \in L_3.$
11. Hallar ecuaciones implícitas de la recta:
- (a) L que es intersección del plano xy con el plano $yz.$
 (b) $L : t(1, 0, -1) + (-1, 1, 2).$
 (c) L que pasa por los puntos $(-5, 3, 7)$ y $(2, -3, 3).$
12. Encontrar **todos** los puntos de la recta $L : t(1, -1, 0) + (2, 1, -1)$ que están a distancia 6 del punto $P = (2, 1, -1).$
13. Calcular la distancia entre:
- (a) la recta $L : t(1, 1) + (3, 0)$ y el punto $P = (-1, 1).$
 (b) la recta $L : t(1, 1, 0) + (3, 0, 0)$ y el punto $P = (-1, 1, 0).$
 (c) el plano π que pasa por $(1, 2, 1)$ y tiene vector normal $(1, -1, 2)$ y el punto $P = (1, 2, 5).$
14. Sean $L : t(2, -2, -3) + (0, 2, 2)$ y $P = (0, -2, -1).$
- (a) Hallar el plano π perpendicular a L que pasa por P y determinar $Q = L \cap \pi.$
 (b) Calcular $d(P, Q).$ ¿Qué significa en este problema el número $d(P, Q)?$
15. Se consideran las rectas $L_1 : \begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 4x - y - 2z = 9 \end{cases}$ y $L_2 : t(1, 0, 2) + (1, 2, -3).$
- (a) Probar que L_1 y L_2 son paralelas.
 (b) Hallar un plano π perpendicular a L_2 que pase por $P = (1, 2, -3)$ y determinar $Q = L_1 \cap \pi.$
 (c) Calcular $d(P, Q).$ ¿Qué significa el número $d(P, Q)$ en este problema?
16. Sean π el plano de ecuación $x + y + z = 1$ y L la recta $L : t(-1, 0, 1) + (1, 1, 2).$
- (a) Probar que L es paralela a $\pi.$
 (b) Hallar una recta L' ortogonal a π que pase por $P = (1, 1, 2)$ y determinar $Q = L' \cap \pi.$
 (c) Calcular $d(P, Q).$ ¿Qué significa el número $d(P, Q)$ en este problema?