EXAMEN FINAL - 11/06/2007

Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I

Apellido y Nombres: .... L.N°:...........

1. Enunciar y demostrar el Lema de Abel para series de potencias.

2. Probar que si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es C^1 en (x_0, y_0) (i.e. ambas derivadas parciales existen y son continuas en un entorno de (x_0, y_0)) entonces f es diferenciable en (x_0, y_0).

3. Una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se dice *par* si para todo $x \in \mathbb{R}$ vale que $f(-x) = f(x)$ (por ejemplo la función coseno). Probar que si f es C^4, par y su derivada cuarta satisface $f^{(4)}(0) \neq 0$ entonces f tiene un máximo o un mínimo local en $x = 0$.

4. Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua. Definimos la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ como $f(x, y) = g(\sqrt{x^2 + y^2})$. Probar que el punto $(1, 0)$ es un máximo local de f como función de dos variables si y sólo si 1 lo es para g. (De forma parecida se puede probar el mismo resultado para cualquier punto $(x_0, y_0) \neq (0, 0)$ con máximo reemplazado por mínimo también. Notar que en particular los extremos locales de f forman círculos alrededor de $(0, 0)$)

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas. Solo se pueden citar Teoremas del programa de la materia, cualquier otro Teorema debe ser demostrado. Al citar un Teorema, enunciarlo completamente.

1	2	3	4