EXAMEN FINAL - 19/04/2007

Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I

Apellido y Nombres: .... L.N°:...........

1. Decidir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. En caso de ser verdaderas dar una demostración, caso contrario un contraejemplo:
   - Si $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ es una sucesión de funciones continuas, tales que $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tiende uniformemente a una función $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ y si $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset [0,1]$ es una sucesión que tiende a $l \in [0,1]$ entonces $\lim_{n\to\infty} f_n(a_n) = f(l)$.
   - Si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es una función continua, y S es el conjunto dado por $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 < 1\}$ entonces f está acotada en S (i.e. existe $M \in \mathbb{R}$ tal que $|f(x,y)| < M$ para todo $(x,y) \in S$).
2. Probar que si $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es una función tal que $h(x,y) = f(x) + g(y)$, con $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ no necesariamente continuas, entonces $h(x,y)$ tiene un máximo local en (x_0, y_0) si y sólo si $f(x)$ tiene un máximo local en x_0 y $g(y)$ tiene un máximo local en y_0.
3. Enunciar y demostrar el Teorema de Encaje de Intervalos.
4. Probar que si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es diferenciable en (x_0, y_0) entonces para cualquier vector dirección v (i.e. un vector no nulo de norma 1), vale que $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0) = \langle \nabla f(x_0, y_0), v \rangle$ (producto interno).
5. Enunciar y demostrar el Teorema de Multiplicadores de Lagrange para funciones $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas. Solo se pueden citar Teoremas del programa de la materia, cualquier otro Teorema debe ser demostrado. Al citar un Teorema, enunciarlo completamente.

1	2	3	4	5