1. Se arroja un dado equilibrado 2 veces. Sean $X_i = n^0$ obtenido en la tirada i $(i = 1, 2)$.

   a) Sea $Y = X_1 + X_2$. Hallar p_Y.

   b) Sea la variable aleatoria

   $$Z = \begin{cases} 1 & \text{si } Y \text{ es par} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

   Determinar si X_1 y Z son independientes.

2. Sean X_1, X_2, X_3 variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d.) $\mathcal{B}i(4, \frac{1}{3})$. Sea $Y = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$. Calcular $P(Y = 0)$.

3. Una urna contiene 4 bolitas blancas y 6 negras. Se extraen 3 bolitas sin reposición y se definen las siguientes variables aleatorias:

   $$\begin{aligned} X &= \begin{cases} 1 & \text{si el número de bolitas blancas extraídas es par} \\ 0 & \text{si el número de bolitas blancas extraídas es impar} \end{cases} \\ Y &= k \quad \text{si se extraen } k \text{ bolitas negras} \end{aligned}$$

   a) Hallar p_{XY} y F_{XY}.

   b) Hallar p_X y p_Y. Determinar si X e Y son independientes.

   c) Hallar $E(X), E(Y), V(X), V(Y), E(XY), cov(X, Y), V(X - Y)$.

   d) Sea $Z = -4X + 1$, calcular $E(Z)$ y $V(Z)$.

4. Sean X e Y v.a. independientes. Probar que si:

   a) $X \sim \mathcal{B}i(n, p)$, $Y \sim \mathcal{B}i(m, p) \Rightarrow X + Y \sim \mathcal{B}i(n + m, p)$.

   b) $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $Y \sim \mathcal{P}(\mu) \Rightarrow X + Y \sim \mathcal{P}(\lambda + \mu)$.

   c) $X \sim \mathcal{G}(p)$, $Y \sim \mathcal{G}(p) \Rightarrow X + Y \sim \mathcal{BN}(2, p)$.

5. Se sabe que en la provincia de Salta la proporción de hombres de ojos azules es 20 %, de ojos verdes es 5 %, de ojos negros es 10 % , otro color de ojos es 65 %. Josefina decide viajar de la capital salteña a una ciudad a 200 km. donde se realizará un congreso médico sobre alcoholismo. Para ello debe tomar 2 colectivos en los que viajan sólo salteños. Para llevar a cabo una prueba decide tomar una copa de jerez con cada hombre de ojos verdes o azules que encuentre en su viaje. Como su belleza es irresistible, todos los hombres aceptan su invitación. En el primer colectivo viajan 10 hombres de los cuales ninguno trasborda al siguiente. En el segundo hay 8 hombres.

   a) Calcular la probabilidad de que en la primera parte del trayecto haya tomado menos de 4 copas.

   b) Calcular la probabilidad de que tome más de 3 copas en total.

6. El número de ballenas macho que aparecen semanalmente en el Golfo Nuevo sigue una distribución $\mathcal{P}(2)$, mientras que el número de hembras sigue una distribución $\mathcal{P}(2{,}5)$. Suponiendo que el número de machos es independiente del de las hembras:

   a) Hallar la probabilidad de que en una semana haya 2 o más ballenas.

   b) Si la semana pasada hubo 2 ballenas, encontrar la probabilidad de que hayan sido una pareja.

7. Sean $X, Y \sim \mathcal{G}(p)$ independientes. Calcular la distribución de: $(U, V) = (X+Y, X-Y)$, U y V. ¿Son independientes? Calcular $E(U.V)$.

8. Consideremos nuevamente el **Esquema de Polya** (ejercicio de la práctica 2): De un bolillero que contiene B bolillas blancas, $B \geq 1$ y R rojas, $R \geq 1$ se extraen sucesivamente y al azar n bolillas, $n \geq 2$, devolviendo cada bolilla extraída al bolillero junto con otras c bolillas del mismo color, $c \geq 1$. Sean

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la } i\text{-ésima bolilla extraída es roja} \\ 0 & \text{si la } i\text{-ésima bolilla extraída es blanca} \end{cases}$$

   a) Hallar la función de probabilidad de (X_i, X_{i+1}) y la marginal de X_i. ¿Son las X_i idénticamente distribuidas?
   b) Hallar $P(X_{i+1} = 1 \mid X_i = 1)$.
   c) Hallar $P(X_3 = 1 \mid X_1 = 1,\ X_2 = 1)$.

9. Dos dados equilibrados se tiran independientemente. Sean N_1 y M_1 la primera vez que se obtiene un 1 como resultado para el primero y segundo respectivamente. Hallar la distribución de $N = \text{mín}(N_1, M_1)$. ¿Tiene alguna distribución conocida?

10. Sea una urna con 15 bolas rojas, 10 negras y 25 blancas. Se extraen (con reposición) 10. Consideramos el vector aleatorio (ψ, η) donde ψ es el número de rojas y η es el número de negras extraídas respectivamente.
   a) Calcular la probabilidad conjunta.
   b) Hallar las distribuciones marginales.

11. El 10 % de la población fuma cigarrillos negros, el 35 % fuma cigarrillos rubios, el 3 % fuma pipa y el resto no fuma. Se realiza una encuesta a 35 personas, siendo

$$\begin{aligned} Y_1 &= \text{ número de personas que no fuman,.} \\ Y_2 &= \text{número de personas que fuman cigarrillos rubios,} \\ Y_3 &= \text{ número de personas que fuman cigarrillos negros,} \\ Y_4 &= \text{número de personas que fuman pipa.} \end{aligned}$$

   a) Hallar la distribución de (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4). Cuando se pide la distribución del vector aleatorio se puede contestar dando la función de probabilidad puntual del vector.
   b) Hallar la distribución de $(Y_1, Y_2 + Y_3, Y_4)$.
   c) Hallar la distribución de $Y_2 + Y_3$. ¿Qué sentido tendría hallar la distribución conjunta de $(Y_2 + Y_3, Y_1 + Y_4)$ (es decir, la distribución conjunta del vector aleatorio de dos componentes agrega información nueva a la contenida en la distribución marginal de la primer coordenada)?