

2do. cuatrimestre 2009 - Probabilidad y Estadística (M)

1er parcial - Fecha de entrega: Lunes 28/09/09

Ejercicio 1. 9 personas se suben a un elevador en el piso 0 de un edificio de 12 plantas $(0, 1, 2, \dots, 11, 12)$. Cada persona selecciona el piso en el que se bajará, entre el 1 y el 12, con igual probabilidad. Nadie más se subirá.

1. Calcular la probabilidad de que todas las personas se bajen antes del cuarto piso.
2. Calcular la probabilidad de que el ascensor llegue hasta el piso octavo y allí se bajen las últimas personas que queden.
3. Calcular la probabilidad de que en ningún piso se baje más de una persona.
4. Calcular la probabilidad de que sólo dos personas viajen entre el piso sexto y el séptimo.
5. Calcular la probabilidad de que en los pisos 1, 5, 6, 9 alguien baje.

Ejercicio 2. Un agente de bolsa puede invertir en dos empresas W_1 y W_2 , de ninguna de las dos tiene referencias por lo que escoge uniformemente. Si invierte en W_1 tiene una probabilidad de 0.55 de obtener 1.6 millones de euros en dividendos, y si invierte en W_2 tiene una probabilidad de 0.9 de conseguir 1.2 millones. Si en tal inversión obtiene beneficios, está dispuesto a volver a invertir en la misma empresa. En cambio, si no obtiene beneficios, invertirá en el otro tipo.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga dividendos en la segunda inversión?
2. Si finalmente obtiene dividendos, ¿cuál es la probabilidad de que la primera inversión la haya hecho en W_1 ?

Ejercicio 3. En una elección el candidato A recibe n votos y m el candidato B ($n > m$). Se procede a un escrutinio voto por voto, donde cada permutación posible del total de votos tiene la misma probabilidad. Sea $P_{n,m}$ la probabilidad de que el candidato A este siempre adelante en el recuento de votos durante todo el escrutinio.

1. Calcule $P_{n,1}$ y $P_{n,2}$.
2. A partir de lo calculado en el inciso anterior conjeture una fórmula para $P_{n,m}$.
3. Obtenga una recurrencia para $P_{n,m}$ condicionando sobre quién recibió el último voto.
4. Demuestre por inducción en $n + m$ el resultado conjeturado en 2.