Tema 1

1	2	3	4

Calif.

Nombre / No. Libreta: Turno:

1er. Parcial Elementos de Cálculo Numérico (B) (24/10/09)

---

1. Hallar **todos** los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + (k+2)z = k \\ x + k^2 z = k \end{cases}$$

tiene infinitas soluciones y una de ellas pertenece a la recta $< (1,0,-1) > +(-2,1,1)$.

---

2. Escribiendo a X en términos de A, hallar todas las matrices $X \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ que satisfacen la igualdad

$$AXA^t = 2AA^t + 3(AX^t)^t$$

donde $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ y el exponente ^{t} denota la transposición de matrices.

---

3. Sean $L \subset \mathbb{R}^3$ la recta $(t, 2t+1, 3t+3)$ y Π el plano $k^2x + y - kz = -2$, donde k denota un número real.

   (a) Hallar todos los reales k tales que el plano Π no corte a L.

   (b) Para cada k obtenido en (a) calcular la distancia entre L y Π.

---

4. Sea $S \subset \mathbb{R}^5$ el subespacio definido por la ecuación $x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_5 = 0$ y sea $T =< (3,1,0,2,0), (1,0,1,-3,-1), (2,1,-1,5,1) >$.

   (a) Hallar las bases de dos subespacios V, $W \subset \mathbb{R}^5$ que cumplan las dos condiciones:

      i. $V + T = W + T = S$.

      ii. $\dim V < \dim W$.

   (b) ¿Es posible resolver el problema (a) de tal modo que los subespacios V y W cumplan además la condición:

      iii. $V \cap W = \{0\}$?

   En caso afirmativo hallar V y W, en caso contrario justificar porqué no es posible.

Justifique sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen

Tema 2

1	2	3	4

CALIF.

NOMBRE / NO. LIBRETA: TURNO:

1er. Parcial Elementos de Cálculo Numérico (B) (24/10/09)

---

1. Hallar **todos** los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema

$$\begin{cases} \quad x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + (k+3)z = k+1 \\ \quad x + (k+1)^2 z = k+1 \end{cases}$$

tiene infinitas soluciones y una de ellas pertenece a la recta $< (-1,0,1) > +(-3,1,2)$.

---

2. Escribiendo a X en términos de A, hallar todas las matrices $X \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ que satisfacen la igualdad

$$AXA^t = 5(AX^t)^t + 3AA^t$$

donde $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 3 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ y el exponente ^{t} denota la transposición de matrices.

---

3. Sean $L \subset \mathbb{R}^3$ la recta $(2t+1, t, 3t+3)$ y Π el plano $-x - k^2 y + kz = 2$, donde k denota un número real.

   (a) Hallar todos los reales k tales que el plano Π no corte a L.

   (b) Para cada k obtenido en (a) calcular la distancia entre L y Π.

---

4. Sea $S \subset \mathbb{R}^5$ el subespacio definido por la ecuación $-3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_5 = 0$ y sea $T =< (1,3,0,2,0), (0,1,1,-3,-1), (1,2,-1,5,1) >$.

   (a) Hallar las bases de dos subespacios V, $W \subset \mathbb{R}^5$ que cumplan las dos condiciones:

      i. $V + T = W + T = S$.

      ii. $\dim V < \dim W$.

   (b) ¿Es posible resolver el problema (a) de tal modo que los subespacios V y W cumplan además la condición:

      iii. $V \cap W = \{0\}$?

      En caso afirmativo hallar V y W, en caso contrario justificar porqué no es posible.

Justifique sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen