1	2	3	4	Calif.

Nombre: **LU:**

Geometría Proyectiva

Segundo parcial - 05/12/07

1. Sea C el cono $\{x^2 + y^2 = z^2\}$, y sean $P = (1, 0, 1)$ y $Q = (0, 2, 2)$. Hallar una geodésica de C que una P con Q.

2. Probar que si $r : U \to S$ es una parametrización ortogonal ($F = 0$) de una superficie S tal que las curvas $r(t, v_0)$ y $r(u_0, t)$ son geodésicas para todos u_0, v_0, entonces S es localmente isométrica al plano.

3. Para cada $F \in k[x, y, z]_2$ consideramos su cónica asociada

$$C(F) = \left\{p \in \mathbb{P}^2(k) | F(p) = 0\right\}.$$

   a) Probar que dados 5 puntos en $\mathbb{P}^2(k)$ siempre existe una cónica que pasa por ellos.

   b) Exhibir seis puntos de $\mathbb{P}^2(k)$ tales que no estén contenidos en ninguna cónica.

4. Sean $C_A, C_B \subset \mathbb{C}^2$ las curvas definidas por

$$A = -4x^2 + x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 6xy + 3x + y^3 - 3y^2 + 3y - 1$$
$$B = 2x - 1 + x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 2xy + y^3 + y^2.$$

   Hallar los puntos singulares de C_A y C_B, clasificarlos y exhibir las rectas tangentes en dichos puntos.

Justifique todas las respuestas