

Probar que los siguientes problemas son NP-completos:

1. Dados $B \in \mathbb{N}$, un grafo completo $G = (V, E)$ y $d : E \rightarrow \mathbb{Q}_{\geq 0}$, decidir si existe un circuito hamiltoniano C tal que $d(e) \leq B$ para todo $e \in C$.
2. Dados $k \in \mathbb{N}$, un conjunto V y conjuntos $S_1, \dots, S_m \subset V$, decidir si existe una función $f : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ tal que para todos $v, w \in V$, si $v \neq w$ y existe $1 \leq i \leq m$ tal que $\{v, w\} \subset S_i$, entonces $f(v) \neq f(w)$.
3. Dados $k \in \mathbb{N}$, un conjunto V y conjuntos $S_1, \dots, S_m \subset V$, decidir si V puede partirse en dos conjuntos disjuntos V_1 y V_2 tales que

$$\#\{i \mid S_i \cap V_1 \neq \emptyset, S_i \cap V_2 \neq \emptyset\} \geq k.$$

4. Dados $k \in \mathbb{N}$ y dos grafos $G_1 = (V, E_1)$ y $G_2 = (V, E_2)$, decidir si existen $E'_1 \subset E_1$ y $E'_2 \subset E_2$ tales que $|E'_1| = |E'_2| \geq k$ y los subgrafos (V, E'_1) y (V, E'_2) son isomorfos.
5. Dados $k \in \mathbb{N}$ y un grafo $G = (V, E)$, decidir si V puede partirse en k conjuntos disjuntos V_1, \dots, V_k tales que para todo $1 \leq i \leq k$, el subgrafo inducido por V_i en G es completo.
6. Dada una instancia de 3-SAT, decidir si existen al menos dos interpretaciones distintas de los símbolos de predicado que la satisfacen.