

1. El problema de MAX-CUT

El problema de optimización de max-cut se puede definir como sigue:

ENTRADA: un grafo $G = (V, E)$.

SALIDA: un partición $V_1 \cup V_2 = V$ disjunta tal que se maximiza el cardinal del conjunto $E' = \{(u, v), (u, v) \in E, u \in V_1, v \in V_2\}$.

Es decir, buscamos encontrar una partición de los nodos del grafo de manera tal que la cantidad de aristas “en el medio” sea máxima.

Este problema admite la siguiente generalización MAX-CUT PESADO:

ENTRADA: un grafo $G = (V, E)$ con pesos w_e en las aristas.

SALIDA: un partición $V_1 \cup V_2 = V$ disjunta tal que se maximiza $\sum_{e \in E'} w_e$ con $E' = \{(u, v), (u, v) \in E, u \in V_1, v \in V_2\}$.

Ejercicio 1. Investigue posibles aplicaciones prácticas de este problema.

Ejercicio 2. Implemente un programa para resolver de forma exacta este problema, tanto para el MAX-CUT como para el MAX-CUT PESADO.

Es conocido el hecho de que el problema de MAX-CUT (decisión) es NP-completo, con lo cual hay pocas esperanzas de poder contar con un algoritmo eficiente y exacto para la resolución de este problema. Por tal motivo, se ha decidido resolver este problema apelando a una serie de heurísticas.

Ejercicio 3. Implemente un esquema de Local Search para resolver el problema. Cuestiones a tener en cuenta: distintos radios para la vecindad (implementar al menos una búsqueda de radio 1 y de radio 2), esquemas eficientes que permitan calcular el cambio en el valor de un corte sin necesidad de tener que recalculer todo el valor desde cero (lo que en clase llamamos el “delta-corte”). Esto último también es aplicable para los esquemas de Simulated Annealing y Tabú Search, la puesta en práctica de esta mejora conlleva aumentos considerables en el rendimiento.

Ejercicio 4. Implementar un esquema de Simulated Annealing para resolver el problema. Considere distintos patrones de enfriamiento, tener en cuenta la posibilidad de inyectar “golpes de calor” en los máximos locales con el fin de poder escapar de los mismos. En definitiva, efectuar todas las calibraciones pertinentes que permitan, aunque sea marginalmente, superar el esquema de búsqueda local en una buena cantidad de casos.

Ejercicio 5. Implementar un esquema de Tabú Search. Considere distintas definiciones sobre la lista de prohibición (lista de soluciones prohibidas, lista de movimientos prohibidos, etc), y estudie con distintos valores para el tamaño de dicha lista. Programar una versión que permita la posibilidad de “aspirar” soluciones. Opcionalmente, incorporar ideas de intensificación y diversificación.

Ejercicio 6. Implementar un Algoritmo Genético para resolver el problema, aclarando bien la definición de “cromosoma”, “función de aptitud”, “cruza” y “mutación”. Haga distintas pruebas variando eventualmente la cantidad de cromosomas que se manejan de forma simultánea, la probabilidad de que ocurra una mutación, el efecto de la cruza, etc.

Ejercicio 7. Lleve a cabo una implementación de la heurística “colonia de hormigas” para la resolución de este problema. Considere distintas políticas para la “evaporación” de las feromonas.

Ejercicio 8. Pruebe todas estas heurísticas en el paquete de grafos de prueba que se subirán en la página. Arme una tabla con los resultados obtenidos en todas las heurísticas y sus variantes. Incorpore además información sobre el tiempo de ejecución. A partir de los resultados, elabore conclusiones pertinentes sobre la aplicabilidad de las distintas heurísticas, teniendo en cuenta los resultados obtenidos y el costo computacional.

Ejercicio 9. (“Composición libre”) Como pueda trate de determinar el mejor corte posible para todos los casos de prueba que están en la página. Para este inciso puede apelar a cualquier mecanismo que deseé, así sea con una heurística o una mezcla de heurísticas (de uso general o propias y específicas para el problema), o, si así usted lo considera, directamente a mano (totalmente NO recomendado). Deje volar su imaginación, experimente, haga pruebas... Básicamente trate de usar todo lo que se ha visto en la materia para resolver de la mejor manera este problema. Habrá mención especial para el grupo que logre encontrar la mejor solución para los casos propuestos (en brevedad subiremos el sistema de puntaje). Nota: a fines de validar correctitud, para este inciso se exigirá un certificado para cada solución. Es decir, se debe presentar los nodos que conforman uno de los conjuntos de la partición.