

ELEMENTOS DE CÁLCULO NUMÉRICO
Método Iterativo (ejercicio de un examen final...)

Consideramos la descomposición $A = D + L + U$, siendo D diagonal, L triangular inferior estricta y U triangular superior estricta.

a) Pruebe que resolver el sistema $Ax = b$ es equivalente a resolver

$$(D + \frac{1}{2}L)x = -(\frac{1}{2}L + U)x + b$$

b) Consider el método de punto fijo

$$x_{n+1} = Bx_n + c$$

donde $B = -(D + \frac{1}{2}L)^{-1}(\frac{1}{2}L + U)$ y $c = (D + \frac{1}{2}L)^{-1}b$.

Demuestre que $\lambda \in \mathbb{R}$ es autovalor de la matriz B **si y sólo si** λ es raíz de la ecuación

$$\det(\frac{1}{2}L + U + \lambda(D + \frac{1}{2}L)) = 0$$

c) Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

Demuestre que el método anterior converge si y sólo si $a^2 < 1/2$.

d) Verifique que el método de **Gauss-Seidel** satisface la misma condición del ítem anterior sobre el parámetro a . **¿Cuál de los dos métodos elegiría?**