

PRÁCTICA 0

- 1 Analizar la validez del siguiente enunciado: Si dos triángulos tienen un par de lados y un ángulo, respectivamente congruentes, entonces son congruentes.

- 2 Sea C un cuadrilátero. Probar las siguientes propiedades:
 - a) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow C$ tiene sus lados opuestos respectivamente congruentes.
 - b) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow C$ tiene sus ángulos opuestos respectivamente congruentes.
 - c) C es un paralelogramo $\Leftrightarrow C$ tiene un par de lados opuestos paralelos y congruentes.
 - d) C es un paralelogramo \Leftrightarrow las diagonales de C se cortan en el punto medio.

- 3 Definir rectángulo y cuadrado. ¿Qué propiedad caracteriza a las diagonales de cada uno?

- 4 ¿Qué es un trapecio? Enunciar y demostrar la propiedad que cumple la base media.

- 5 En una circunferencia, un ángulo que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados secantes a la misma, se dice inscrito en la circunferencia. Si tiene su vértice sobre la circunferencia, un lado secante y el otro tangente, se dice semi-inscrito.
 - a) Definir en cada caso el ángulo central correspondiente.
 - b) Demostrar que el ángulo inscrito es igual a la mitad de ángulo central correspondiente, analizando los siguientes casos:
 - i) uno de los lados del ángulo inscrito contiene al diámetro de la circunferencia.
 - ii) los dos lados del ángulo inscrito cortan a la circunferencia en puntos de la misma semi-circunferencia que determina el diámetro que pasa por el vértice del ángulo inscrito.
 - iii) los dos lados del ángulo inscrito cortan a la circunferencia en puntos de distinta semi-circunferencia de las que determina el diámetro que pasa por el vértice del ángulo inscrito.
 - c) ¿Vale la misma propiedad para el ángulo semi-inscrito?

- 6 Definir triángulos semejantes y enunciar los criterios de semejanza.

- 7 a) Sea ABC un triángulo rectángulo, recto en A , AH la altura correspondiente. Mostrar que los triángulos que resultan son semejantes al ABC . ¿Qué relaciones se pueden plantear entre sus lados?
 b) Enunciar y demostrar el teorema de Pitgoras.
 c) ¿Cómo se puede usar el teorema para trazar ángulos rectos?

8 Enunciar los teoremas del seno y del coseno.

9 Encontrar el error en la siguiente demostración: Todos los triángulos son isósceles.

Sea ABC un triángulo cualquiera, Construimos la bisectriz del ángulo C y la mediatriz del lado AB . Analizamos los casos:

Caso 1: La bisectriz y la mediatriz no se cortan. Entonces son paralelas (o coincidentes). Luego la bisectriz es perpendicular al lado AC , y coincide con la altura, entonces el triángulo es isósceles.

Caso 2: La bisectriz y la mediatriz se cortan sobre AB . Entonces la bisectriz es mediana, y el triángulo es isósceles.

Caso 3: La bisectriz y la mediatriz se cortan en el interior del triángulo. Sea N el punto de intersección, se trazan NM , NP y NQ perpendiculares a los lados AB , CB y AC respectivamente.

Como N está sobre la bisectriz $NP = NQ$ y como N está sobre la mediatriz $NB = NA$. Luego son congruentes los triángulos $NPB = NQA$. En particular, son congruentes los ángulos $NBP = NAQ$

Además, por ser ANB isóceles, son congruentes los ángulos $BAN = NBA$

Luego son congruentes los ángulos $CAB = ABC$, por lo tanto el triángulo ABC es isósceles.

Caso 4: La bisectriz y la mediatriz se cortan en el exterior del triángulo, pero las perpendiculares desde N a los lados cortan en los lados. Es como en el caso anterior, pero restando ángulos en lugar de sumar.

Caso 5: La bisectriz y la mediatriz se cortan en el exterior del triángulo, pero las perpendiculares desde N a los lados cortan en las prolongaciones de los lados. Es como en los casos anteriores, pero obteniendo la igualdad de los ángulos exteriores.