Sistemas de dilataciones en $L^2(0,1)$ y series de Dirichlet (Parte 1)

Melisa Scotti
UBA, IMAS-CONICET

mscotti@dm.uba.ar

Dada una función φ de $L^2(0,1)$ consideramos su extensión a todo la recta real como una función par de período 2. En los siguientes encuentros nos dedicaremos a estudiar el sistema de dilataciones $\varphi(x), \varphi(2x), \ldots$, donde notaremos $\varphi_n(x) = \varphi(nx)$ para $n \in \mathbb{N}$.

Es un resultado conocido que si elegimos $\varphi(x) = \sqrt{2}\sin(\pi x)$ el sistema $\{\varphi_n\}_n$ resulta una base ortonormal de $L^2(0,1)$. Más aún, las únicas bases ortonormales de esta forma se obtienen de las funciones $\varphi(x) = C\sin(\pi x)$. Por ello, Hedenmalm, Lindqvist y Seip relajaron esta condición y se preguntaron cuándo el sistema $\{\varphi_n\}_n$ es una base de Riesz. Gracias a la idea de Bohr relacionaron este problema con el estudio de series de Dirichlet, más precisamente, lograron caracterizar cuándo este sistema forma una base de Riesz en términos de los multiplicadores de $\mathcal{H}_2$. En nuestro primer encuentro caracterizaremos cuándo $\{\varphi_n\}_n$ es una sucesión de Bessel y probaremos que los mutplicadores de $\mathcal{H}_2$ son exactamente el espacio $\mathcal{H}_\infty$.